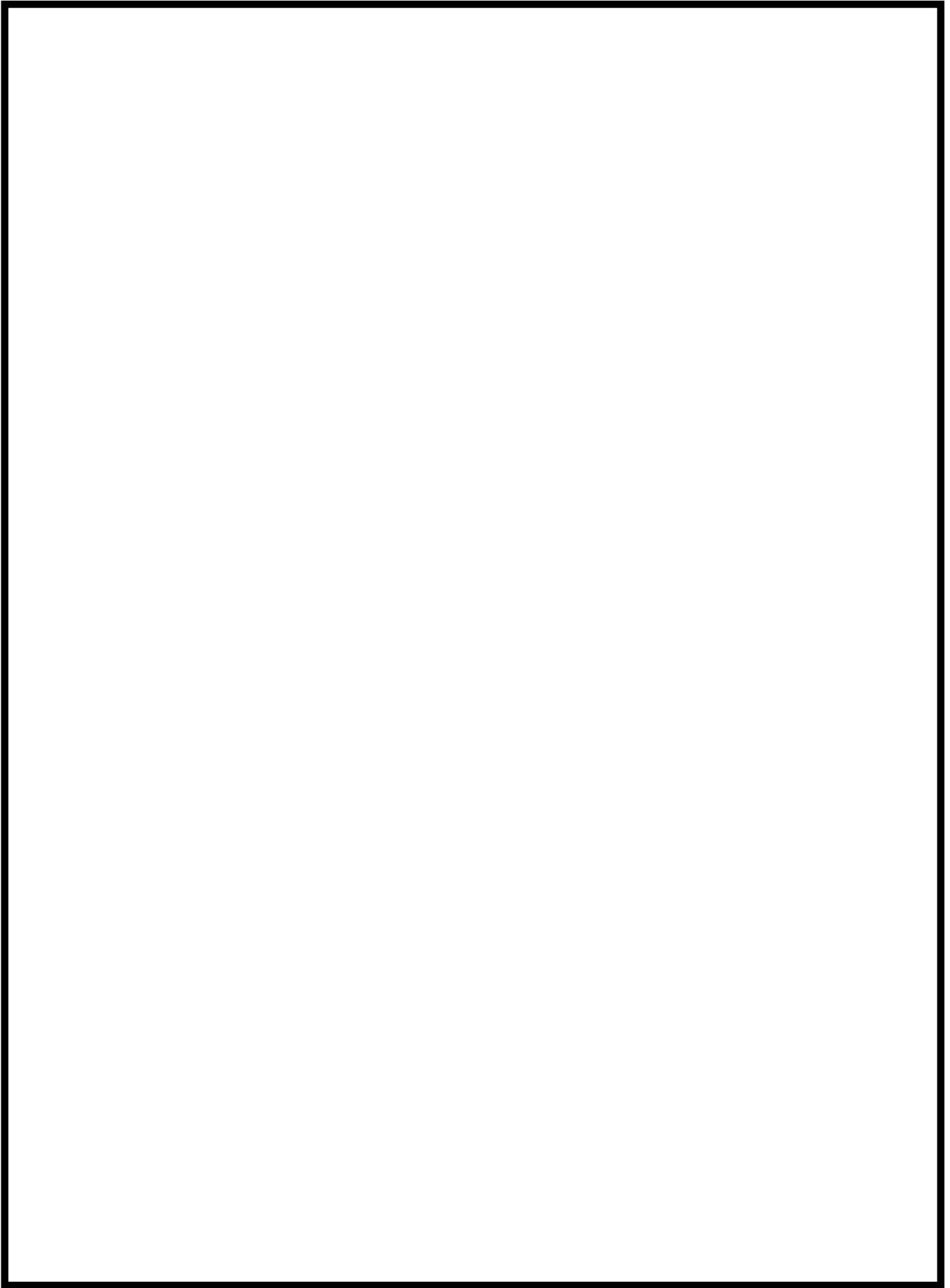




- مسائل حرکت

- یکین شکل یک سیستم ساده ترین حالت در توان به صورت یک پاندول وارونه میل از نمود:
- چون حجم سنجی در سطح تمرکز است، همان انتظار داشت که این سازه از لحاظ پایداری است.



- منبع حرارتی یک پندول وارونه است.

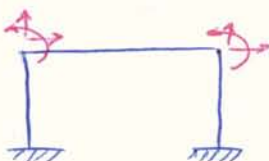
اگر این پاندول وارونه را به یک تغییر شکل اولیه $u(0)$ قرار دهیم خواهم دانست:



ولی در عمل این امری که بر از ضربه شکل بر می آید و در سازه می آید. بنابراین: پدیده کاهش نیروی دانه ای در سازه می باشد

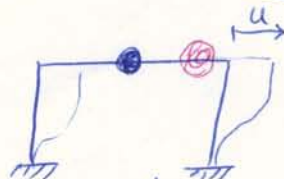
* تعداد مولفه های مستقل تغییراتی لازم برای توصیف وضعیت تغییراتی لازم هر حالت نیست. وضعیت اولیه $u(0)$ ، تعداد آزاد (DOF) در این سیستم همیشه ۱ است.

تعداد درجات آزادی در این سیستم معادل از تعداد درجه آزادی است که می تواند داشته باشد.



درجه آزادی است

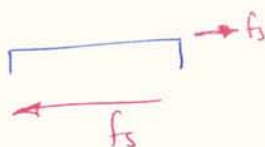
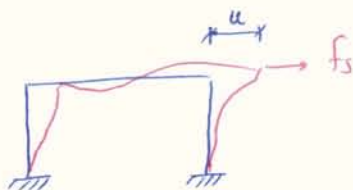
درجه آزادی است
درجه آزادی است



درجه آزادی است

$P(t)$

برای مدل‌سازی هم بردارونده
حرکت افقی

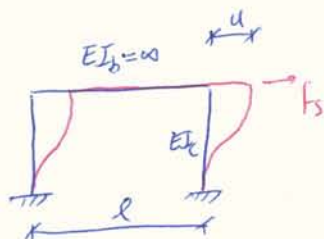
 $\bar{u}_g(t)$ 

حالت آیرین فاب تخت نیروی f_s قرار گیرد:

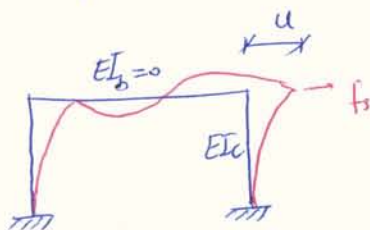
در سیستم الاستیک خطی:

$$f_s = ku$$

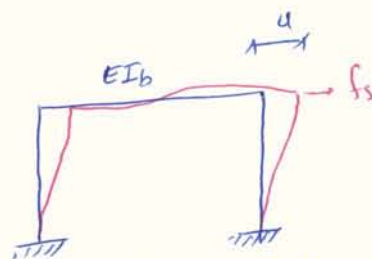
صلبیت نسبی (جانبی)؛ نیروی لازم برای ایجاد تغییران u برای داده.



$$k = \sum \frac{12EI_c}{h^3} = 24 \frac{EI_c}{h^3}$$



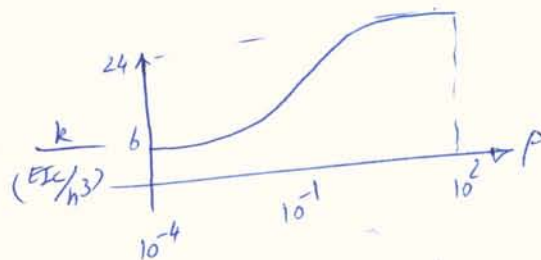
$$k = \sum \frac{3EI_c}{h^3} = 6 \frac{EI_c}{h^3}$$



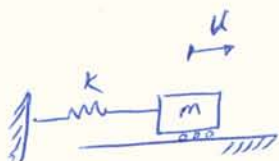
$$k = \frac{24EI_c}{h^3} \times \frac{12P+1}{12P+4}$$

که از این شکل می‌توان فهمید

$$P = \frac{I_b}{4I_c}$$

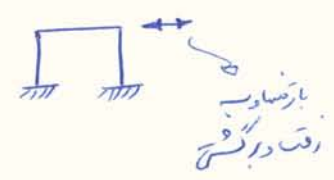


تغییرات P از صفر تا بی‌نهایت، صلبیت جانبی را برابر می‌سازد.



سیستم صلب را نسبت به زمین هم می‌توان مدل نمود:

سیستم‌های غیر الاستیک :



برای بدست آوردن نمودار فوق
 روش عددی (محل غیر خطی)
 روش تحلیلی (اگر ممکنه)

Prof. Wilson :

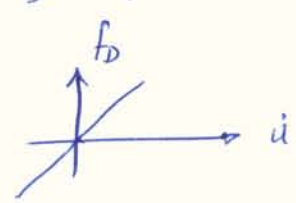
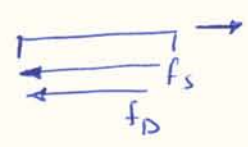
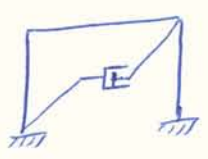
Linear viscous damping is a property of the computational model and is not a property of a real structure.

تذکره :

محقق این امر، در مدل‌های دافیل، پیریه، کاجران، شایان، زرنی، هاشمی، اکبر، تکراری، صالح است.

- بازدهی بتن ترک‌ها و میکرو ترک‌ها (در بتن)
- اصطکاک بین عناصر سازه‌ای و در سازه‌های (دولت‌ها)

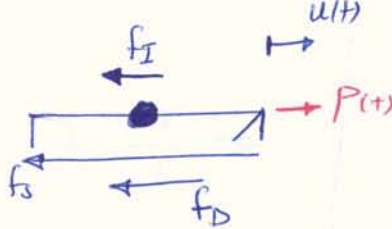
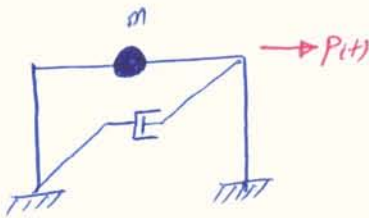
اغلب این برای ترسکین میراثر خطی لزجی (دسیکوز) یا کم‌تر مدل‌هاست.



$$f_D = c \dot{u}$$

فرض شده

که فیزیکاً برای لزجی
 زمان $\times$ شتاب
 طول



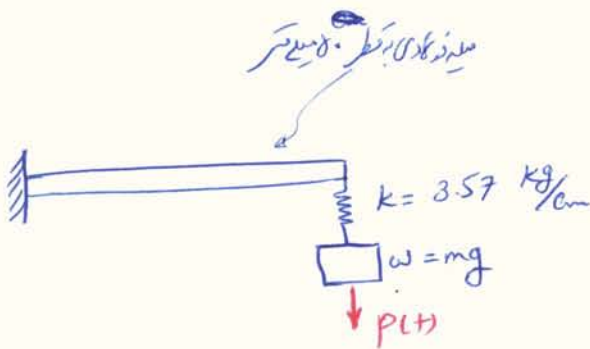
معادله حرکت دینامیک
برای یک سیستم دینامیک

معادله 8 بر مبنای نیروهای تعادل دینامیک در یک لحظه خاص

$$f_I + f_D + f_s = P(t) \Rightarrow \begin{cases} m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = P(t) \\ m\ddot{u} + c\dot{u} + f_s(u, \dot{u}) = P(t) \end{cases}$$

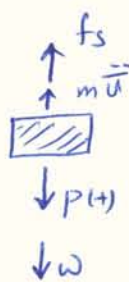
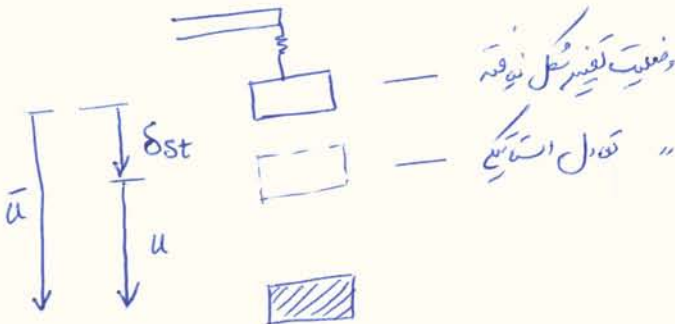
سیستم غیر خطی

* مثال 1.2 کتاب مطالعات سازه *



مثال 1.3 -

- از یک سازه فولادین
 $E_{فولاد} = 2 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$



تعادل دینامیک $\Rightarrow m\ddot{u} + f_s = W + P(t)$

$$\left. \begin{aligned} f_s &= k e \bar{u} \\ \bar{u} &= \delta_{st} + u \\ \ddot{\bar{u}} &= \ddot{u} \\ k e \delta_{st} &= W \end{aligned} \right\} \Rightarrow m\ddot{u} + k e u = P(t)$$

معادله را با توجه به تعادل دینامیک در لحظه تعادل استاتیکی
صورت می دهیم. (تک تایی کردن و قرار ندادن)

$$f_s = k_e \bar{u}$$

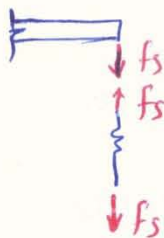
$$\bar{u} = \delta_{spring} + \delta_{beam}$$

$$f_s = k \delta_{spring} = k_{beam} \delta_{beam}$$

$$\Rightarrow \frac{f_s}{k_e} = \frac{f_s}{k} + \frac{f_s}{k_{beam}}$$

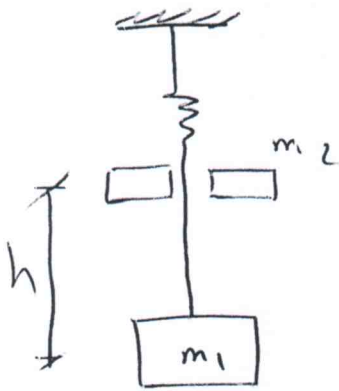
$$\Rightarrow k_e = \frac{k k_{beam}}{k + k_{beam}}$$

$$k_{beam} = \frac{3EI}{L^3}$$



$$k_e = \frac{3.57 \times 6.82}{3.57 + 6.82} = 2.34 \text{ kg/cm}$$

جرم m_1 از فنری با سختی k آویزان و در حال تعادل است. جرم m_2 از فاصله h روی جرم m_1 افتاده و در لحظه برخورد با آن به آن می‌چسبد. بعد از برخورد با نسبت تعادل است. جرم m_1 را نسبت به لاغیر.



تعادل شکل اولیه

$$x_1 = 0$$

تعادل است. جرم m_1

$$x_2 = \frac{m_1 g}{k}$$

تعادل است. جرم $m_1 + m_2$

$$x_3 = \frac{(m_1 + m_2)g}{k}$$

سرعت قبل از برخورد $\rightarrow m_2 g h = \frac{1}{2} m_2 v_b^2 \Rightarrow v_b = \sqrt{2gh}$

اندازه حرکت قبل و بعد از برخورد $\rightarrow m_2 \sqrt{2gh} = (m_1 + m_2) v_a \rightarrow v_a = \frac{m_2}{m_1 + m_2} \sqrt{2gh}$

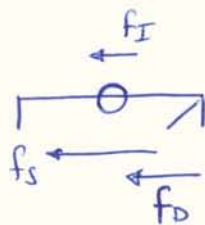
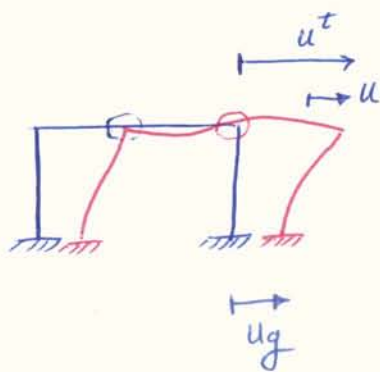
بعد از برخورد نسبت تعادل است. جرم $m_1 + m_2$ (نشان بدهد فنر کشیده می‌شود)

$$u_3(t) = u(0) \cos \omega_n t + \frac{\dot{u}(0)}{\omega_n} \sin \omega_n t = -\frac{m_2 g}{k} \cos \omega_n t + \frac{m_2}{m_1 + m_2} \sqrt{2gh} \sin \omega_n t$$

در خواصم نسبت به وضعیت x_2 می‌نویسیم:

$$u_2 = u_3 + \frac{m_2 g}{k}$$

$$\rightarrow u_2(t) = \frac{m_2 g}{k} (1 - \cos \omega_n t) + \frac{m_2}{m_1 + m_2} \sqrt{2gh} \sin \omega_n t$$



معادله حرکت
برای حرکت در راستای افقی

$$\left. \begin{aligned} u^t(t) &= u(t) + u_g(t) \\ f_I + f_D + f_S &= 0 \\ f_I &= m \ddot{u}^t \\ f_D &= c \dot{u} \\ f_S &= k u \end{aligned} \right\} \Rightarrow m \ddot{u}^t + c \dot{u} + k u = 0 \Rightarrow \boxed{m \ddot{u} + c \dot{u} + k u = -m \ddot{u}_g(t)}$$

معادله حاکم بر حرکت

فرض کنیم سیستم را در لحظه $t=0$ در حالت سکون قرار دهیم. در این صورت $p(t) = -m \ddot{u}_g(t)$ می باشد.
این نیروی خارجی را می توانیم به صورت $p(t) = P \sin(\omega t)$ در نظر بگیریم.

حرکت زمین در راستای افقی $\rightarrow$ معادله افقی
معادله عمودی

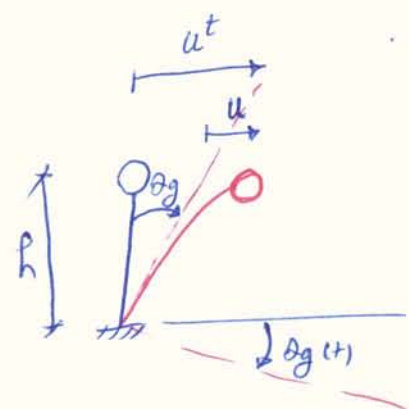
در این صورت می توانیم فرض کنیم که در این زمان در حالت سکون قرار داریم.

$$u^t(t) = u(t) + h \theta_g(t) \Rightarrow m \ddot{u} + c \dot{u} + k u = -m h \ddot{\theta}_g(t)$$

$$\Rightarrow P_{eff}(t) = -m h \ddot{\theta}_g(t)$$

فصل 1.4 مطالعه شود

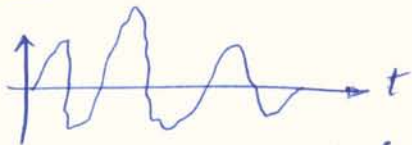
ملاحظه شود در این صورت حل معادله در راستای عمودی است.



$u(t)$ می‌تواند خوانده شود که اصطلاحاً به آن تابع تغییرات یا تابع نوسان می‌گویند.

توجه شود که برای حل معادله نوسان حرکت دینامیک، باید به گونه‌ای بنویسیم.

$u(t)$



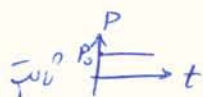
برای آنکه $u(t)$ در توان یک تابع یا یک عبارت بنویسیم، باید به گونه‌ای بنویسیم که ... به زبان ساده.

سیستم خطی → در توان از دینامیک ساده‌تر را جمع می‌کند (همچون خوا)

سیستم غیر خطی → نمی‌تواند ...

حل بسته (closed form solution)

خطی → انتگرال ریاضیاتی
غیر خطی → فقط در کامپیوتر



$$m\ddot{u} + ku = P_0$$

فصل 1.5

$$u(t) = u_c(t) + u_p(t)$$

$$u_c(t) = A \cos \omega_n t + B \sin \omega_n t, \quad \omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$u_p(t) = \frac{P_0}{k}$$

if $u(0) = 0$
 $\dot{u}(0) = 0 \Rightarrow A = -\frac{P_0}{k}, B = 0 \Rightarrow u(t) = \frac{P_0}{k} (1 - \cos \omega_n t)$

$$u = A \cos \omega_n t + B \sin \omega_n t$$

$$m\ddot{u} + ku = 0$$

$$\dot{u} = -A\omega_n \sin \omega_n t + B\omega_n \cos \omega_n t$$

$$\ddot{u} = -A\omega_n^2 \cos \omega_n t - B\omega_n^2 \sin \omega_n t$$

$$\Rightarrow -mA\omega_n^2 \cos \omega_n t - mB\omega_n^2 \sin \omega_n t + kA \cos \omega_n t + kB \sin \omega_n t = 0$$

$$\Rightarrow (k - m\omega_n^2) (A \cos \omega_n t + B \sin \omega_n t) = 0 \Rightarrow k - m\omega_n^2 = 0 \Rightarrow \omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$u \neq 0$

$$\Rightarrow \boxed{\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}}$$

* ارتعاش آزاد SDOF



معادله حرکت $\Rightarrow m\ddot{u} + ku = 0$

$u(0)$

$\dot{u}(0)$

* شرط اولیه

$= \pm i\sqrt{\frac{k}{m}} = \omega_n$

$u = e^{st} \Rightarrow (ms^2 + k)e^{st} = 0 \Rightarrow ms^2 + k = 0 \Rightarrow s = \pm i\omega_n$

حل:

$\Rightarrow u(t) = A_1 e^{i\omega_n t} + A_2 e^{-i\omega_n t}$

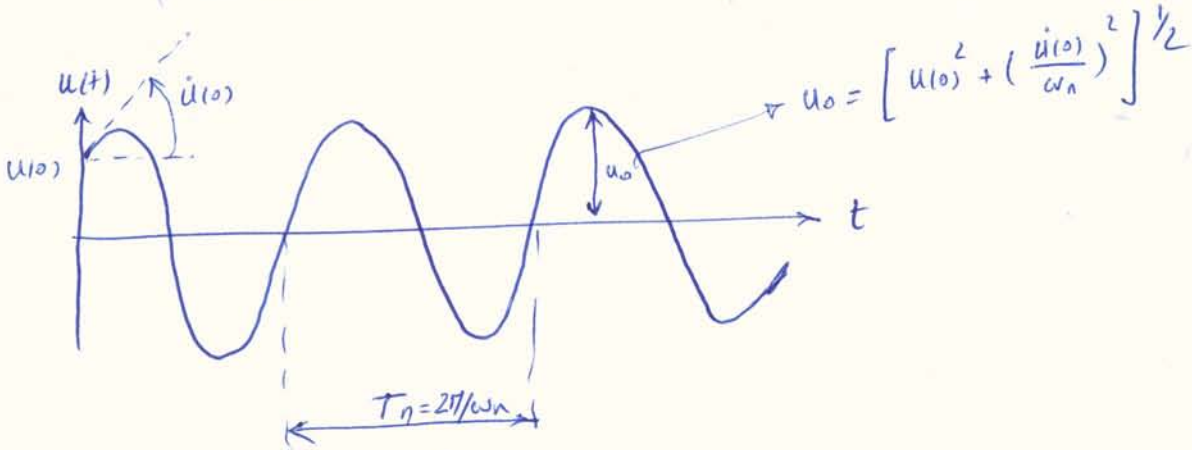
$e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$ رابطه ادر

$\Rightarrow u(t) = \underbrace{(A_1 + A_2)}_A \cos\omega_n t + \underbrace{(A_1 - A_2)i}_B \sin\omega_n t = A \cos\omega_n t + B \sin\omega_n t$

$\dot{u}(t) = -\omega_n A \sin\omega_n t + \omega_n B \cos\omega_n t$

اعمال شرط اولیه $\Rightarrow A = u(0), B = \frac{\dot{u}(0)}{\omega_n}$

$\Rightarrow u(t) = u(0) \cos\omega_n t + \frac{\dot{u}(0)}{\omega_n} \sin\omega_n t$



$u(t_1) = u(t_1 + 2\pi/\omega_n)$ تکرار

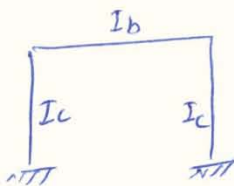
$\dot{u}(t_1) = \dot{u}(t_1 + 2\pi/\omega_n)$

همواره در یک تکرار، هر دو مقدار یکسان است
و هم بخیر و بدستور

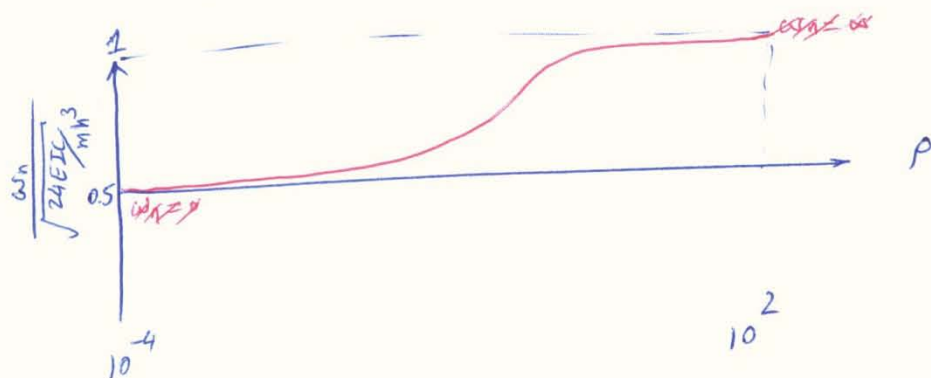
$$T_n = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{m g}{\delta_{st} k}} = 2\pi \sqrt{\frac{\delta_{st}}{g}}$$

تفسیر: δ_{st} تغییر طول است. $\frac{m g}{\delta_{st} k}$ به ازای نیروی کشش k در δ_{st}

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$$



$$k = \frac{24EI_c}{h^3} \times \frac{12P+1}{12P+4}, \quad P = \frac{I_b}{4I_c}$$



$$(\omega_n)_{P=\infty} = \sqrt{\frac{24EI_c}{mh^3}}$$

$$(\omega_n)_{P=0} = \sqrt{\frac{6EI_c}{mh^3}}$$

مسئله ۱-۲

۲-۲

۳-۲

مسئله ۴

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = 0$$

ارتباطی از درون

$$\Rightarrow \ddot{u} + \underbrace{\frac{c}{m}}_{2\zeta\omega_n} \dot{u} + \underbrace{\frac{k}{m}}_{\omega_n^2} u = 0 \Rightarrow \ddot{u} + 2\zeta\omega_n \dot{u} + \omega_n^2 u = 0$$

$$\zeta = \frac{c}{2m\omega_n} = \frac{c}{c_{cr}}$$

$$c_{cr} = 2m\omega_n = 2\sqrt{km} = \frac{2k}{\omega_n}$$

$$u = e^{st} \Rightarrow \dots s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 = 0$$

$$\Rightarrow s = \omega_n(-\zeta \pm i\sqrt{1-\zeta^2})$$

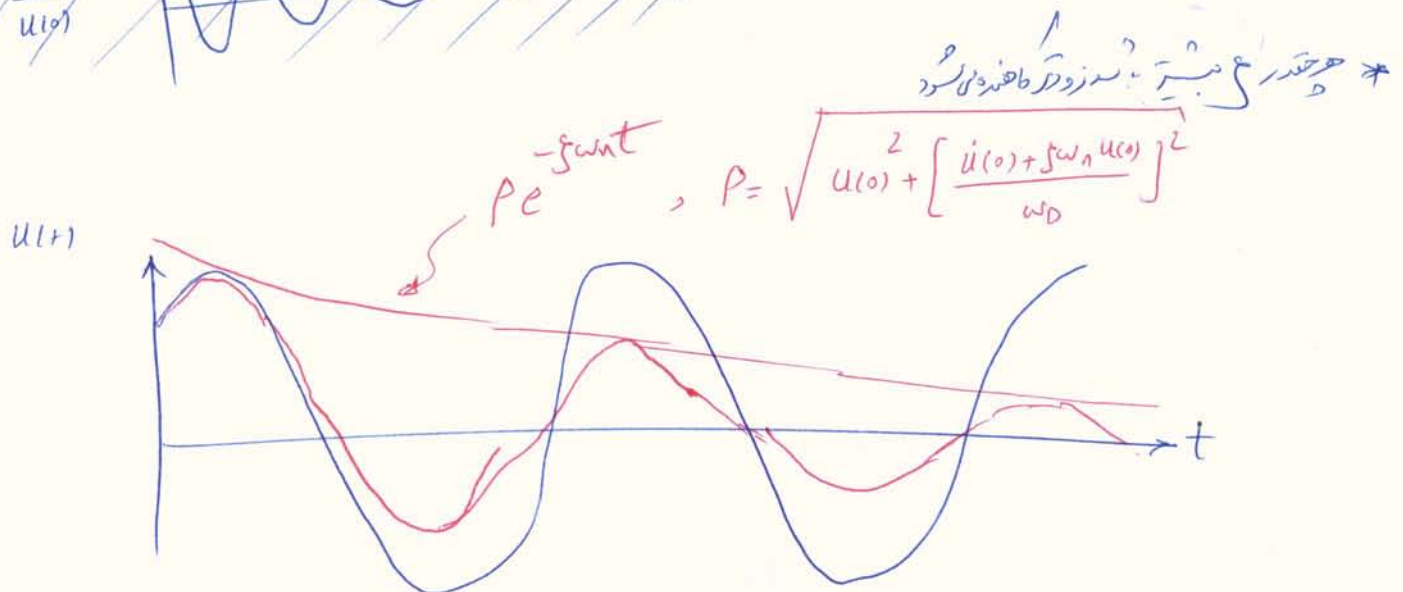
$$\Rightarrow u(t) = e^{-\zeta\omega_n t} (A \cos \omega_D t + B \sin \omega_D t)$$

$$\omega_D = \omega_n \sqrt{1-\zeta^2}$$

$$\Rightarrow A = u(0), \quad B = \frac{\dot{u}(0) + \zeta\omega_n u(0)}{\omega_D}$$

$$\Rightarrow u(t) = e^{-\zeta\omega_n t} \left[u(0) \cos \omega_D t + \left(\frac{\dot{u}(0) + \zeta\omega_n u(0)}{\omega_D} \right) \sin \omega_D t \right]$$

* اگر $\zeta = 0$ قرار داده شود به رابطه ارتعاشی از درون می رسیم (در این حالت)



$$T_D = \frac{T_n}{\sqrt{1-\zeta^2}}$$

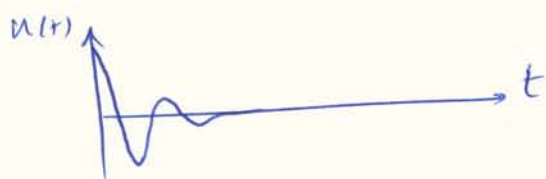
حرفه‌های مبتدیان (مقارن ۱ و ۲) زمان بیشتری طول می‌کشد تا از (۱۰۰) به ۱۰۰۰ برسند.

مقارن ۱ در محیط ردیف و ع (از آن‌ها صورت غنی می‌گیرد)

۴. معبره ۱
ع این سازه ها معارف بنی ۵ تا ۲۰ درصد یک در بیش تفاوت T_D و T_n جمع نزدیکه .



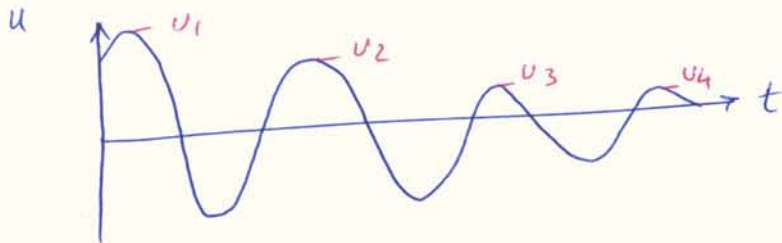
for $\gamma = 0.05$



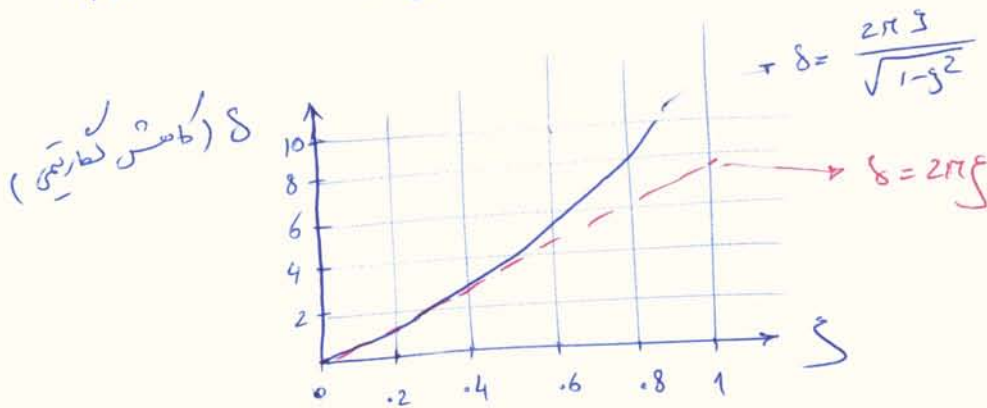
for $\beta = 0.20$

جالب است که نسبت تغییرات در t به تغییرات در $t + T_D$ (یک دوره ارتعاش کامل) مستقل از زمان t است.

$$\frac{u(t)}{u(t+T_D)} = \dots = e^{\int \omega_n T_D} = \exp\left(\frac{2\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right)$$



$$\Rightarrow \frac{u_i}{u_{i+1}} = \exp\left(\frac{2\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right) \Rightarrow \delta = \ln \frac{u_i}{u_{i+1}} = \frac{2\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}$$



برای $\zeta \ll 1$ $\sqrt{1-\zeta^2} \approx 1$ است.

اگر میرای ضعیف باشد (آکسیسم) جهات بجای اندازه گیری دوامته میزنند، چند دامنه در نظر گرفته شود.

$$\frac{u_1}{u_{j+1}} = \underbrace{\frac{u_1}{u_2}}_{e^{\delta}} \times \underbrace{\frac{u_2}{u_3}}_{e^{\delta}} \times \underbrace{\frac{u_3}{u_4}}_{e^{\delta}} \times \dots \times \underbrace{\frac{u_j}{u_{j+1}}}_{e^{\delta}} = e^{j\delta} \Rightarrow \delta = \frac{1}{j} \ln \frac{u_1}{u_{j+1}} \Rightarrow \delta = 2\pi\zeta$$

$$2\pi\zeta = \frac{1}{j} \ln \frac{u_1}{u_{j+1}}$$

* ارتعاش ارتعاشی آزاد

کتابه می‌کشی بر روی صفحه واقعی و این فرایند

$$J = \frac{1}{2\pi f} \ln \frac{u_i}{u_{i+j}} \quad ; \quad J = \frac{1}{2\pi f} \ln \frac{\ddot{u}_i}{\ddot{u}_{i+j}}$$

سپرده
در این سازه با بر روی یک قبل است
میزان چون اندازه گیری است - آن را می‌کشد

* مثال ۲-۳ دی ۲-۳ و سطح مورد

* انرژی سیم SDOF در ارتعاش آزاد :

$$\left. \begin{aligned} \text{انرژی اولیه} &= E_{\text{initial}} = \frac{1}{2} K [u(0)]^2 + \frac{1}{2} m [\dot{u}(0)]^2 \\ \text{انرژی در } t &= E_k + E_s = \frac{1}{2} K [u(t)]^2 + \frac{1}{2} m [\dot{u}(t)]^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$u(t) = u(0) \cos \omega_n t + \frac{\dot{u}(0)}{\omega_n} \sin \omega_n t$$

$$E(t) = \frac{1}{2} K \left[u(0) \cos \omega_n t + \frac{\dot{u}(0)}{\omega_n} \sin \omega_n t \right]^2 + \frac{1}{2} m \omega_n^2 \left[-u(0) \sin \omega_n t + \frac{\dot{u}(0)}{\omega_n} \cos \omega_n t \right]^2$$

$$= \dots = \frac{1}{2} K [u(0)]^2 + \frac{1}{2} m [\dot{u}(0)]^2 = \text{Constant} \Rightarrow \text{نصف اول اصل بقا انرژی}$$

که با استفاده از این رابطه

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

روابط ارتعاشی به این ترتیب است، چون برابر می‌شود. میزان کاهش به نسبت قبل می‌باشد :

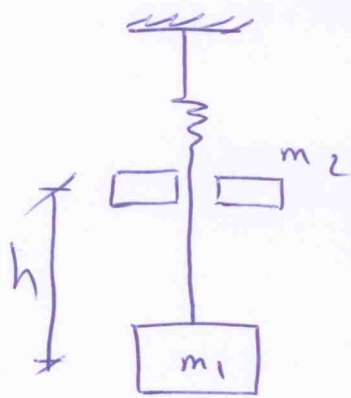
$$E_0 = \int_0^u f_0(u) du = \int_0^u c u du = \int_0^{t_1} c u^2 dt$$

مثال ۲-۱

۲-۲

لازم کنید

2.5
 جرم m_1 از فنر به سختی k آویزان و در حال تعادل است. یک جرم m_2 از فاصله h روی جرم m_1 افتاده و می‌چسبد.
 مورد اول: نسبت به تعادل است. جرم m_1 می‌چسبند.



تعادل سکونیه

$$x_1 = 0$$

تعادل استاتیکی m_1

$$x_2 = \frac{m_1 g}{k}$$

تعادل استاتیکی $m_1 + m_2$

$$x_3 = \frac{(m_1 + m_2)g}{k}$$

معمولاً از برخورد $\rightarrow m_2 g h = \frac{1}{2} m_2 v_b^2 \Rightarrow v_b = \sqrt{2gh}$

اندازه حرکت قبل و بعد از برخورد یکسان $\rightarrow m_2 \sqrt{2gh} = (m_1 + m_2) v_a \rightarrow v_a = \frac{m_2}{m_1 + m_2} \sqrt{2gh}$

مورد دوم: نسبت به تعادل استاتیکی $m_1 + m_2$ (نشان داده نمی‌شود)

$$u_3(t) = u(0) \cos \omega_n t + \frac{\dot{u}(0)}{\omega_n} \sin \omega_n t = -\frac{m_2 g}{k} \cos \omega_n t + \frac{m_2}{m_1 + m_2} \sqrt{2gh} \sin \omega_n t$$

$$u_2 = u_3 + \frac{m_2 g}{k}$$

$$\rightarrow u_2(t) = \frac{m_2 g}{k} (1 - \cos \omega_n t) + \frac{m_2}{m_1 + m_2} \sqrt{2gh} \sin \omega_n t$$

در اینجا هم نسبت به وضعیت x_2 می‌نویسیم:

* قبل نیویس نیویس از دوران انتقال به سینه دورا

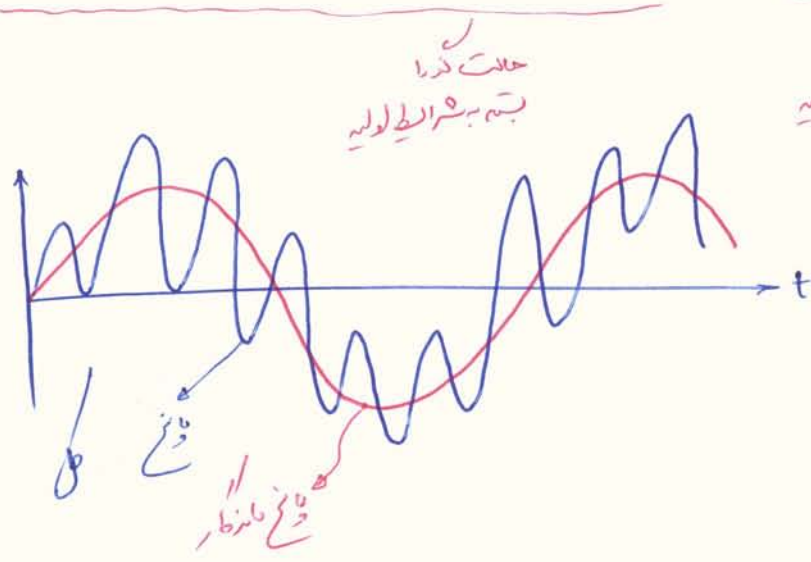
$$m\ddot{u} + ku = P_0 \sin \omega t$$

شرایط اولیه
 $u = u(0), \quad \dot{u} = \dot{u}(0)$

$u = u_c(t) + u_p(t) \rightarrow C \sin \omega t = \frac{P_0}{K} \frac{1}{1 - (\frac{\omega}{\omega_n})^2} \sin \omega t, \quad \omega \neq \omega_n$

$A \cos \omega_n t + B \sin \omega_n t$

$u(t) = u(0) \cos \omega_n t + \left[\frac{\dot{u}(0)}{\omega_n} - \frac{P_0}{K} \frac{\frac{\omega}{\omega_n}}{1 - (\frac{\omega}{\omega_n})^2} \right] \sin \omega_n t + \left(\frac{P_0}{K} \right) \frac{1}{1 - (\frac{\omega}{\omega_n})^2} \sin \omega t$



حالت پایدار
 به سمت نیروی وارد و متغیر از شرایط اولیه

* نکته: اگر $u(0) = 0$ و $\dot{u}(0) = 0$ نیز ارتعاش گذرا وجود خواهد داشت.

* در عمل میزین به مدت هر دو در لرزه که در سازه به وسیله سیم از بین می رود. هر چه مدت زمان مایع مانده باشد.

$$u(t) = \frac{P_0}{K} \frac{1}{1 - (\frac{\omega}{\omega_n})^2} \sin \omega t = (u_{st})_0 \frac{1}{1 - (\frac{\omega}{\omega_n})^2} \sin \omega t$$

اگر نیروی به سمت راست باشد، تغییرات نیز به سمت راست است. $\Rightarrow P(t), u(t) \Rightarrow$ جهت است $\Rightarrow \frac{1}{1 - (\frac{\omega}{\omega_n})^2} > 0 \Rightarrow$ if $\omega < \omega_n$

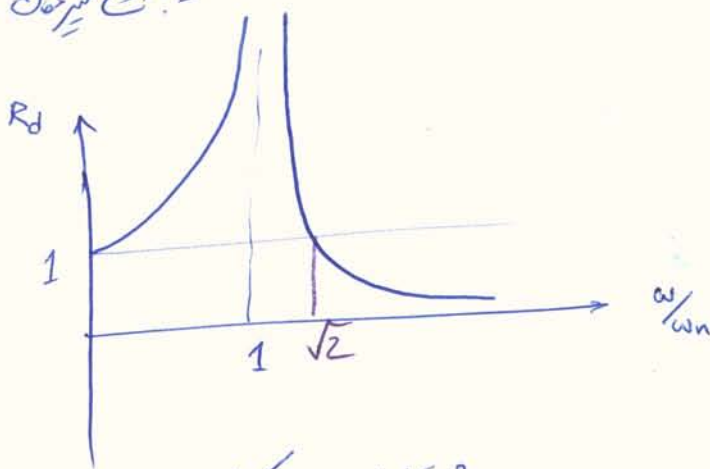
... راست - چپ $\Rightarrow$ " " $\Rightarrow$ " $\Rightarrow$ if $\omega > \omega_n$

$$u(t) = \frac{P_o}{K} \frac{1}{1 - (\frac{\omega}{\omega_n})^2} \sin \omega t = (u_{st})_o R_d \sin(\omega t - \phi)$$

$$\text{where } R_d = \frac{1}{|1 - (\frac{\omega}{\omega_n})^2|}$$

$$\phi = \begin{cases} 0^\circ & \omega < \omega_n \\ 180^\circ & \omega > \omega_n \end{cases}$$

$\frac{u_o}{(u_{st})_o} =$ که فریب می یافیم تغییر شکل = نسبت مقدار تغییر دهنده زمان به استاتی



if $\frac{\omega}{\omega_n} \ll 1 \Rightarrow R_d \approx 1 \Rightarrow$ فرکانس با تغییر شکل استاتیکی تفاوت زیاد ندارد.

if $\frac{\omega}{\omega_n} > \sqrt{2} \Rightarrow R_d < 1 \Rightarrow$ دهنده تغییر شکل زمان کمتر از استاتیکی است.

if $\frac{\omega}{\omega_n} \rightarrow \infty \Rightarrow$ دهنده نوسان بسیار کوچک است (برابر ارتعاش با سرعت زیاد)

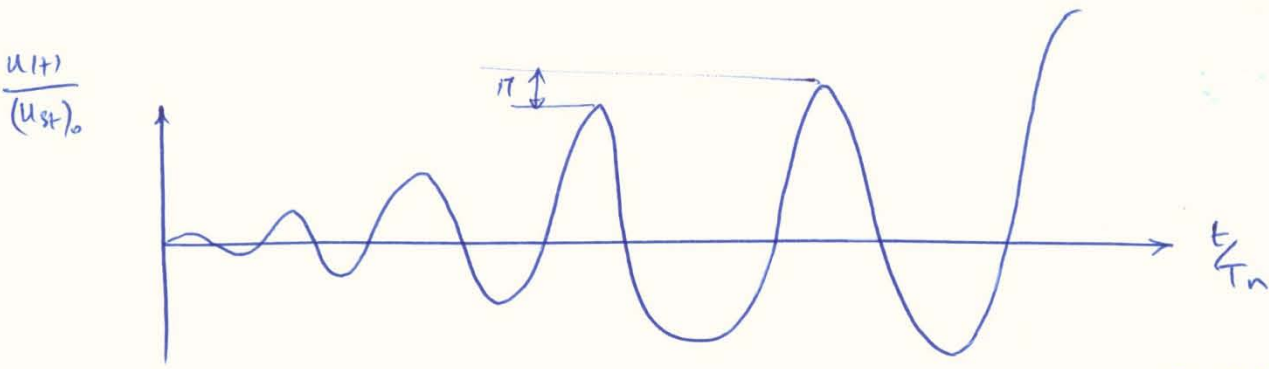
if $\frac{\omega}{\omega_n} \rightarrow 1 \Rightarrow R_d$ زیاد

نموده شد:

if $\omega = \omega_n \Rightarrow$ حل معادله تفاضلی مرتبه دوم
خوبی را حل نمائید.

$$u_p(t) = \frac{-P_0}{2k} \omega_n t \cos \omega_n t \quad \& \quad \begin{cases} u(0) = 0 \\ \dot{u}(0) = 0 \end{cases} \Rightarrow u(t) = \frac{-1}{2} \left(\frac{P_0}{k} \right) (\omega_n t \cos \omega_n t - \sin \omega_n t)$$

$(u_{st})_0$



$\omega \neq \omega_n$ $\Leftarrow$ آزاد ساز $\left\{ \begin{array}{l} \text{سیستم نزدیک به} \rightarrow \text{تکامل خود} \\ \text{سیستم دور از} \rightarrow \text{جذب می شود} \end{array} \right.$ این تغییر در حالت نوسان در کل با افزایش دلفز

1

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = P_0 \sin \omega t, \quad u = u(0), \quad \dot{u} = \dot{u}(0)$$

از آنجا که در این سیستم به دلیل لزج بودن

$$u = u_p(t) + u_c(t) \rightarrow e^{-\zeta \omega_n t} (A \cos \omega_d t + B \sin \omega_d t)$$

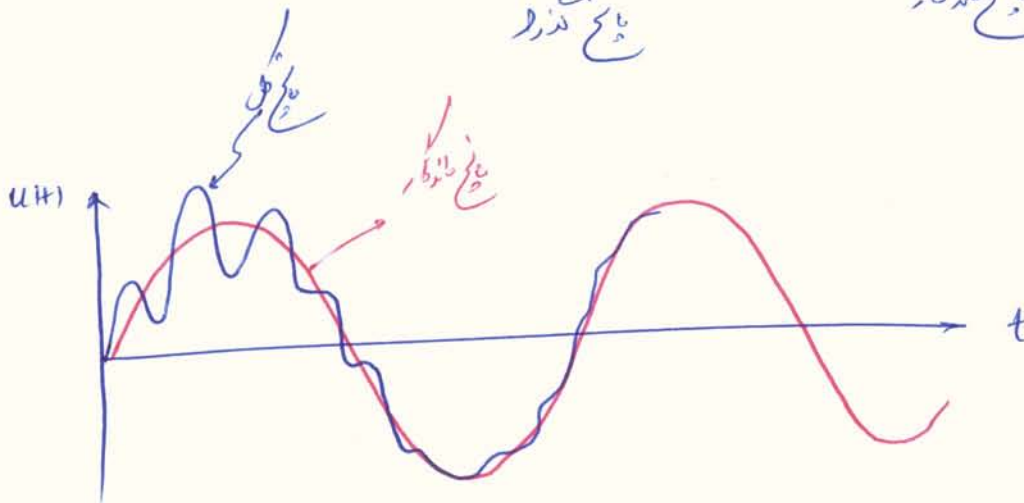
از آنجا که $e^{-\zeta \omega_n t}$ به تدریج به صفر میرسد.

$$C \sin \omega t + D \cos \omega t$$

$$C = \frac{P_0}{K} \frac{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right]^2 + \left[2\zeta \frac{\omega}{\omega_n}\right]^2}$$

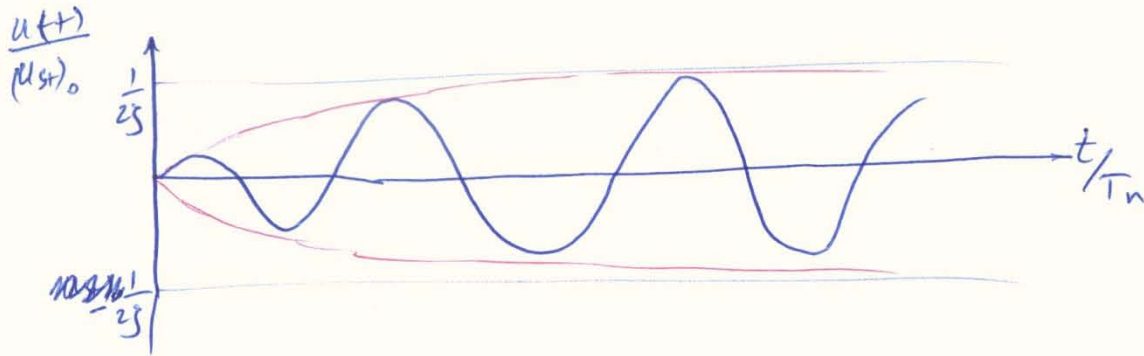
$$D = \frac{P_0}{K} \frac{-2\zeta \frac{\omega}{\omega_n}}{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right]^2 + \left[2\zeta \frac{\omega}{\omega_n}\right]^2}$$

$$\Rightarrow u(t) = \underbrace{e^{-\zeta \omega_n t} (A \cos \omega_d t + B \sin \omega_d t)}_{\text{پایه گذر}} + \underbrace{C \sin \omega t + D \cos \omega t}_{\text{پایه ماندگار}}$$



* پاسخ گذر از آنجا که در قبل از آنکه سیستم به حالت ماندگار برسد، آنجا واقع می‌شود.

if $\omega = \omega_n$ $\xrightarrow{\text{در این حالت سیستم به رزونانس می‌رسد و دامنه‌ها به سمت بی‌نهایت میل می‌کند}}$ $u(t) = (u_{st})_0 \cdot \frac{1}{2\zeta} \left[e^{-\zeta \omega_n t} \left(C_3 \omega_n t + \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin \omega_n t \right) - C_3 \omega_n t \right]$



$$u_0 = \frac{(u_{st})_0}{2\zeta}$$

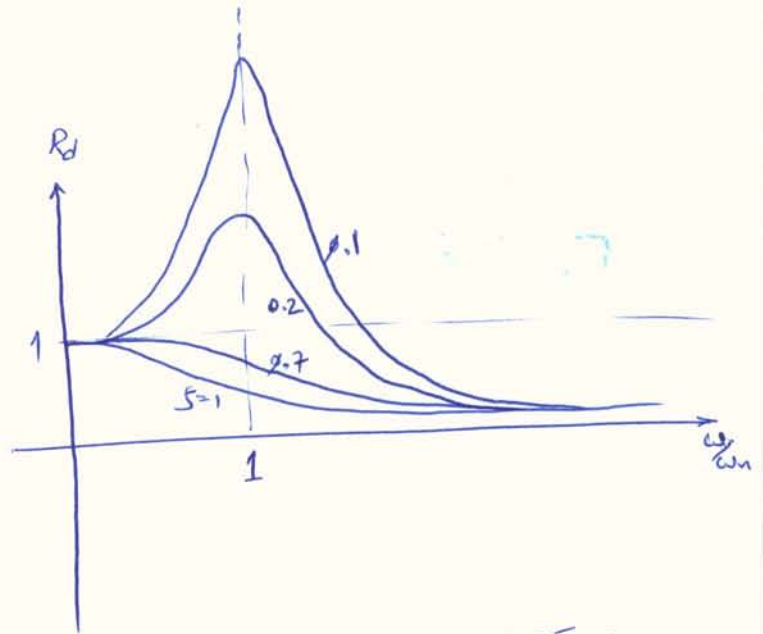
میدانی باعث می‌شود که دامنه‌ها به سمت بی‌نهایت میل کنند و محدود شود :

if $\zeta = 0.05 \Rightarrow u_0 = 10 (u_{st})_0$

$$u(t) = \frac{F_0}{K} x_d \sin(\omega t - \phi) \quad , \quad \phi = \tan^{-1}\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)$$

ماتریس قبل فریبیج تغییر شکل دایرسم

$$R_d = \frac{u_0}{(u_{st})_0} = \frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right]^2 + \left[2\zeta \frac{\omega}{\omega_n}\right]^2}}$$



if $\frac{\omega}{\omega_n} \ll 1 \Rightarrow$ $R_d \approx 1.0$ $\Rightarrow$ R_d مستقل از فرایه است
یعنی تغییرات فریبیج تغییرات فریبیج است و متوسط سختی سیستم کم می شود.

if $\frac{\omega}{\omega_n} \gg 1 \Rightarrow$ $R_d \rightarrow 0$ $\Rightarrow$ R_d مستقل از فرایه است
یعنی تغییرات فریبیج تغییرات فریبیج است و متوسط سختی سیستم کم می شود.

$$\frac{u_0}{(u_{st})_0} \approx \frac{\omega_n^2}{\omega^2} = \frac{K}{m\omega^2}$$

if $\frac{\omega}{\omega_n} \approx 1 \Rightarrow$ $\frac{u_0}{(u_{st})_0} = \frac{1}{2\zeta}$
یعنی تغییرات فریبیج تغییرات فریبیج است و متوسط سختی سیستم کم می شود.

$$\frac{u(t)}{P_0/K} = R_d \sin(\omega t - \phi) \Rightarrow \frac{\ddot{u}(t)}{P_0/\sqrt{km}} = R_r C_d \sin(\omega t - \phi)$$

$$\frac{\ddot{u}(t)}{P_0/K} = R_d \omega C_d \sin(\omega t - \phi) \times \frac{\omega_n}{\omega_n} \Rightarrow \frac{\ddot{u}(t)}{P_0/K \omega_n} = \frac{\omega}{\omega_n} R_d C_d \sin(\omega t - \phi)$$

$$\Rightarrow \frac{\ddot{u}(t)}{P_0/\sqrt{km}} = R_r C_d \sin(\omega t - \phi)$$

↓
فریب‌ناهنجاری

$$\Rightarrow \frac{\ddot{u}(t)}{P_0/K} = -R_a \sin(\omega t - \phi) \quad , \quad R_a = \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2 R_d$$

↓
فریب‌ناهنجاری

$$\Rightarrow \boxed{\frac{R_a}{\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)} = R_r = \frac{\omega}{\omega_n} R_d}$$

for $\xi < \frac{1}{\sqrt{2}}$

$$\frac{dR_d}{d\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)} = 0 \Rightarrow \text{فرکانس تشدید} = \omega_n \sqrt{1 - 2\xi^2}$$

$$\Rightarrow \text{فرکانس تشدید} = \omega_n$$

$$\Rightarrow \text{فرکانس تشدید} = \omega_n / \sqrt{1 - 2\xi^2}$$

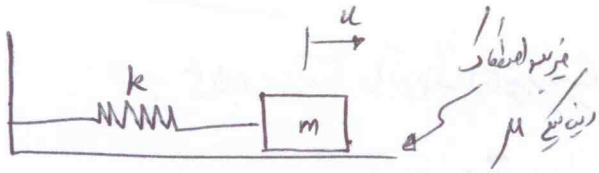
در حالت تشدید

$$R_d = \frac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}} \quad , \quad R_r = \frac{1}{2\xi} \quad , \quad R_a = \frac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}}$$

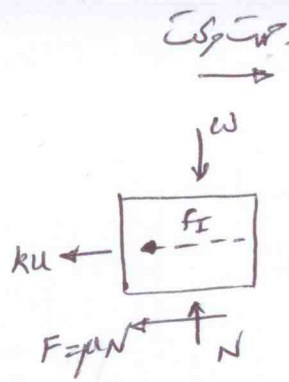
* یادآوری: برای سیستم‌های حوضه‌های فرکانس ω_n و $2\omega_n$ بودن.

* نکته: برای سیستم‌های فرکانس تشدید برابر $\omega_n \sqrt{1 - 2\xi^2}$ و ω_n نیست! و نکته برای سیستم‌های $\xi < 0.2$ (غیر اصطدام) نیز فرکانس تشدید و فرکانس تشدید برابر است.

Coulomb-Damped Free Vibration



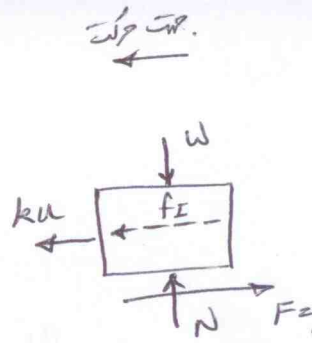
$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$
در رابطه (A) و (B) داریم:
و ثابت u_F تغییر شکل است که کمتر از جابجایی پلاستیک F است.



$$m\ddot{u} + ku = -F$$

$$\Rightarrow u(t) = A_2 C_3 \omega_n t + B_2 S_3 \omega_n t - u_F$$

(رابطه B)



$$m\ddot{u} + ku = F$$

$$\Rightarrow u(t) = A_1 C_3 \omega_n t + B_1 S_3 \omega_n t + u_F$$

(رابطه A)

فرض کنیم در $t=0$ جرم به اندازه $u(0)$ به سمت راست فشرده و سرعت اولیه $\dot{u}(0)=0$ باشد. چنانچه شروع حرکت (رابطه A) است. (یعنی در حالت)

(رابطه A) $\left\{ \begin{array}{l} u(0) = u(0) \\ \dot{u}(0) = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} A_1 = u(0) - u_F \\ B_1 = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow u(t) = [u(0) - u_F] C_3 \omega_n t + u_F \quad 0 \leq t \leq \frac{\pi}{\omega_n}$

در این زمان $t = \frac{\pi}{\omega_n} = \frac{T_n}{2}$ ، رابطه فوق دیگر صدق نمیکند. در این زمان به سمت چپ حرکت می‌کند. برای $-u(0) + 2u_F$ است.

(رابطه B) $\left\{ \begin{array}{l} \text{سختی کمتر} \\ -u(0) + 2u_F \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} A_2 = u(0) - 3u_F \\ B_2 = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow u(t) = [u(0) - 3u_F] C_3 \omega_n t - u_F \quad \frac{\pi}{\omega_n} \leq t \leq 2\pi/\omega_n$

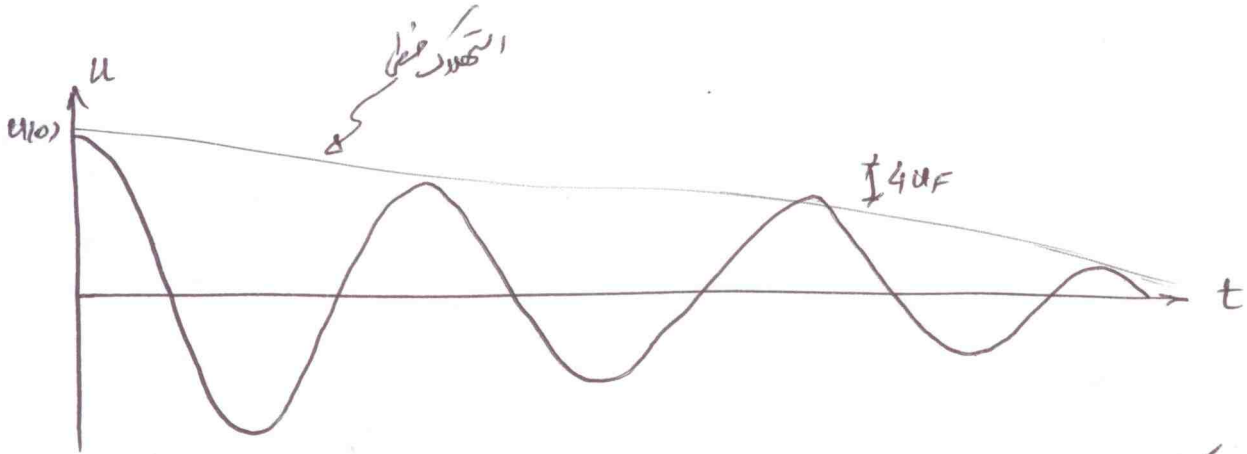
این معادله است یا می‌توانیم فشرده است (برای این اینکه معادله دینامیکی به حل شود)

این مثال در استاندارد ایما برای کشش خاص و فشرده خاص در نرم افزار کمتر قابل حل است.

tension limit

works only in Pushover Analysis.

حال وقتی زمان $t = \frac{2\pi}{\omega_n} = T_n$ می رسد باز به همان نقطه (A) حل می شود.



* معادله می شود که در میرایی کوپب زمان T_n است (تنگ به دور میرایی) ولی در میرایی لزجی $T_D = \frac{T_n}{\sqrt{1-\xi^2}}$ برای یافتن از این زمان شیب می شود.

* در دور حرکت، دانسته می شود $4uF$ کاهشی می باشد و پس فکری تغییر می دهد. زمان به حدت می رسد است (برخلاف حالت میرایی لزج که بعدت میانی بود)

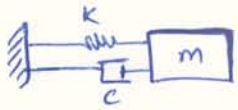
* در دور دانسته می شود $4uF$ کاهشی می باشد، بنابراین حرکت در انتهای هر نیم دور که دانسته می شود که uF است، متوقف می گردد. در این حالت می شود که در هر یک از این نیمی که در انتهای هر نیم دور که دانسته می شود که uF است، متوقف می گردد.

* جایی که سیستم می ایستد، همان جایی نیست که شروع به حرکت کرد و با آن مکان (در آن یا فریم زدن) به سمت تویست و حرکت به دل اولیه باز می گردد.

* فقط میرایی کوپب داریم توقف در همان است. بنابراین اگر میرایی لزجی باشد که دانسته می شود که uF است، متوقف می گردد. در این حالت می شود که در هر یک از این نیمی که در انتهای هر نیم دور که دانسته می شود که uF است، متوقف می گردد.

Force Transmission and Vibration Isolation:

استانسیون و جداسازی ارتعاش



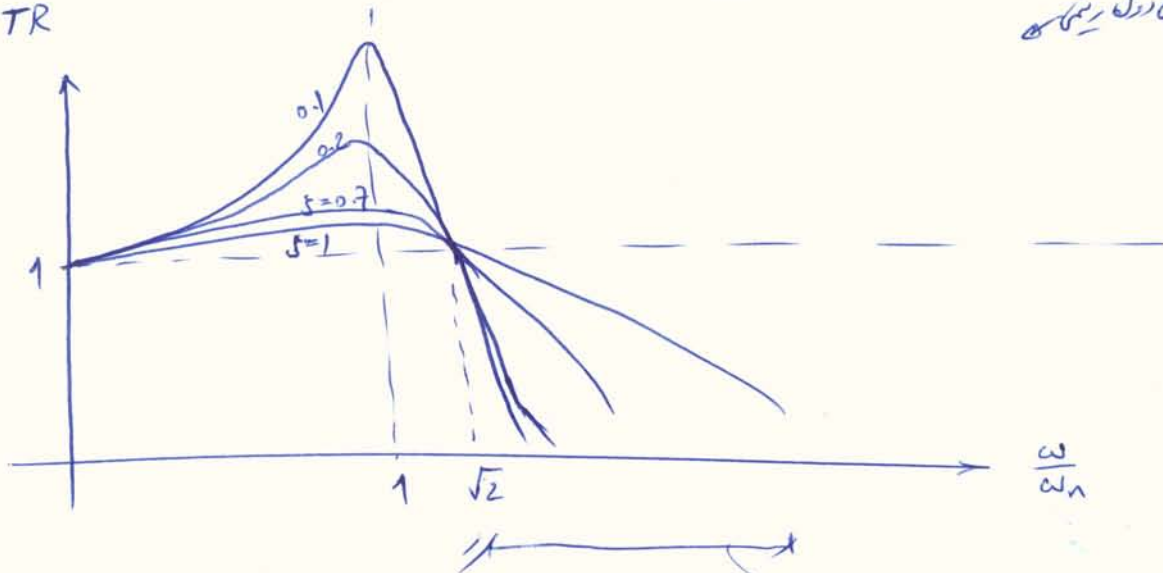
u_g

$$\left. \begin{aligned} \text{نیروی انتقال یافته} = f_T = f_s + f_D = k u(t) + c \dot{u}(t) \\ u(t) = (u_{st})_0 R_d \sin(\omega t - \phi) \\ \frac{\dot{u}(t)}{\frac{P_0}{\sqrt{km}}} = R_r \cos(\omega t - \phi) \end{aligned} \right\} \Rightarrow f_T = (u_{st})_0 R_d [k \sin(\omega t - \phi) + c \omega \cos(\omega t - \phi)]$$

$$\left. \begin{aligned} \Rightarrow (f_T)_0 &= (u_{st})_0 R_d \sqrt{k^2 + c^2 \omega^2} \\ (u_{st})_0 &= \frac{P_0}{k} \\ \zeta &= \frac{c}{2m\omega_n} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{(f_T)_0}{P_0} = R_d \sqrt{1 + \left[2\zeta \frac{\omega}{\omega_n}\right]^2} \Rightarrow R_d = \dots$$

$$TR = \frac{(f_T)_0}{P_0} = \left\{ \frac{1 + \left[2\zeta \frac{\omega}{\omega_n}\right]^2}{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right]^2 + \left[2\zeta \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)\right]^2} \right\}^{1/2}$$

TR



اگر $\frac{\omega}{\omega_n} > \sqrt{2} \Rightarrow$ فرکانس انتقال یافته به فرکانس میانه

در این ناحیه هیچ میرایی نیست و بهد، به تدریج

* اگر فرکانس دورتر داشته باشیم، توانی که از لحظه شروع تا رسیدن به سرعت مطلوب افزایش می‌یابد.

این سطح می‌تواند به نام فرکانس ω_n که به $\frac{\omega}{\omega_n}$ زیاد است $\Leftarrow$ میرایی انتقال یافته به فرکانس میانه

چون دقت داریم $\frac{\omega}{\omega_n} > \sqrt{2}$ باشد.

در صورتی که فرکانس ω_n بزرگتر باشد، به فرکانس میانه نزدیکتر می‌شود.

پایخ حرکت زنده در مدار LC

$$P_{eff}(t) = -m \ddot{u}_g(t)$$

$$\Rightarrow u(t) = \frac{-m \ddot{u}_{g0}}{K} R_d \sin(\omega t - \phi)$$

$$\ddot{u}(t) = \ddot{u}_g(t) + \ddot{u}(t)$$

(۱)

(۲)

(۳)

}

رابطه (۱) و مشتق دوم رابطه (۲)

$\ddot{u}(t) = \dots \Rightarrow \ddot{u}_0 = \dots$

$$\Rightarrow TR = \frac{\ddot{u}_0^t}{\ddot{u}_{g0}} = \left\{ \frac{1 + \left[2\zeta \frac{\omega}{\omega_n} \right]^2}{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n} \right)^2 \right]^2 + \left[2\zeta \frac{\omega}{\omega_n} \right]^2} \right\}^{1/2}$$

قابلیت انتقال برای کرنر فیزیک (تس) می باشد
مثال: شیدیت

چون بعد از ضرب با زنده حرکت می کند
درست به جود می آید

معظم حساب از لحاظ $\Rightarrow$ درگاه زنده در حال گذشتن است چون ثابت می باشد

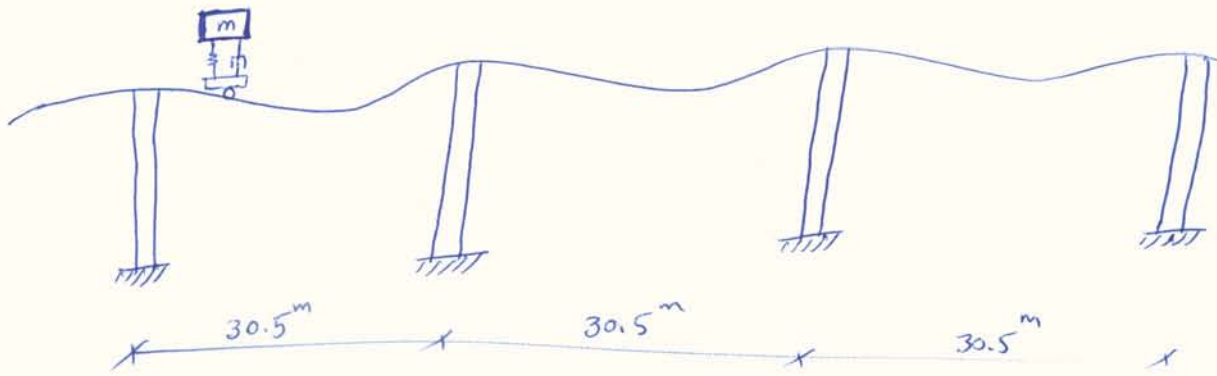
if $\frac{\omega}{\omega_n} \ll 1 \Rightarrow \ddot{u}_0^t \approx \ddot{u}_{g0} \Rightarrow$

if $\frac{\omega}{\omega_n} \gg 1 \Rightarrow \ddot{u}_0^t \approx 0 \Rightarrow$

مثال ۳-۳ مطالعه در

مثال: اگر حرکت زنده به صورت سینوسی باشد، $u_g(t) = u_{g0} \sin(\omega t)$ هر دو ان (تس) می باشد

$$TR = \frac{\ddot{u}_0^t}{\ddot{u}_{g0}} = \text{the same}$$



به علت تغییر شکل دراز مدت و فرس و سطوح نامنوا، ۱۵۰ mm افت رده است. و نیز تغییر شکل عرشه بار و توالی سرعت سنجی با بارها حد اکثر ۷۵ mm و طول بوج ۳۰.۵ m فرض نمود.

مخورد (حدال زلزله با یک سیم پیرامون زرد) در حالت ۱۸۲ تن جایگزین. نقشه مورد سیم کشی خورد و ۱۴۵ kg بده و سیم یک طرفه ده در حالت.

مطابق الف) دانه u_0^t در آن قائم باشد و آن خورد و سیم کشی ۷۵ کیلو نیوتن حرکت سیم کشی (به) وقت سرعت خورد و سیم کشی که ایجا کند سیم کشی.

ج) حالت الف) فرض وزن خورد و سیم کشی ۱.۳۵ ton (تعداد سیم کشی)

$$\left. \begin{aligned} u_g(t) &= u_{g0} \sin \omega t \\ \omega &= \frac{2\pi}{T}, T = \frac{L}{V} \end{aligned} \right\} \Rightarrow u_g(t) = 75 \sin 3.72 t$$

حالت الف)

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = 8.84 \text{ rad/s} \Rightarrow \frac{\omega}{\omega_n} = 0.42$$

$$TR = \frac{u_0^t}{u_{g0}} = \left[\frac{1 + [2 \times 0.4 \times 0.420]^2}{[1 - 0.420^2]^2 + [2 \times 0.4 (0.420)^2]} \right]^{1/2} = 1.186$$

$$\Rightarrow u_0^t = 1.186 \times 75 \text{ mm} = 89 \text{ mm}$$

حل ۴) گشتی کوچک برداشته شد $\frac{\omega}{\omega_n} = 1$ رخ می‌دارد. مرتبه اول به است.

میزان تغییر در TR حد اکثر دارد. $(\beta = \frac{\omega}{\omega_n})$

$$\Rightarrow TR^2 = \frac{1 + 0.64\beta^2}{(1 - 2\beta^2 + \beta^4) + 0.64\beta^2} = \frac{1 + 0.64\beta^2}{\beta^4 - 1.36\beta^2 + 1}$$

$$\Rightarrow \frac{d(TR^2)}{d\beta} = 0 \Rightarrow \beta = 0.893 \Rightarrow \omega = 0.893 \omega_n = 0.893 (8.84) = 7.89 \text{ rad/sec}$$

$$\Rightarrow v = \frac{\omega L}{2\pi} = \frac{7.89 \times 30.5}{2\pi} = 38.3 \text{ m/sec} = 138 \text{ km/h}$$

حل ۵) فریب چابک است و تغییر می‌دهد (چون m صاف شده)

$$c = 2 \int_{f_{all}} \sqrt{k m_f} = 2 \int_{e_{empty}} \sqrt{k m_e} \Rightarrow J_c = J_f \left(\frac{m_f}{m_e} \right)^{1/2} = 0.4 \left(\frac{1.82}{1.35} \right)^{1/2} = 0.464$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{145}{1350/481}} = 10.265 \text{ rad/sec} \Rightarrow \frac{\omega}{\omega_n} = \frac{3.72}{10.265} = 0.363$$

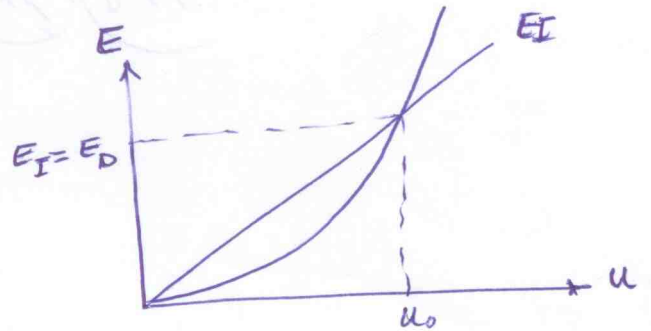
$$\Rightarrow TR = \frac{u_o^t}{u_{g0}} = \dots = 1.133 \Rightarrow u_o^t = 1.133 u_{g0} = 1.133 (75) \approx 85 \text{ mm}$$

آلودگی انرژی در میرای لزوج

$p(t) = P_0 \sin \omega t \rightarrow$ فشار متناوب در دیواره

انرژی تلف شده در یک سیکل ارتعاش به علت میرای لزوج $= E_D = \int f_D du = \int_0^{2\pi/\omega} (c\dot{u}) \dot{u} dt = \int_0^{2\pi/\omega} c \dot{u}^2 dt$

$$= c \int_0^{2\pi/\omega} [\omega u_0 \cos(\omega t - \phi)]^2 dt = \pi c \omega u_0^2 = 2\pi \zeta \frac{\omega}{\omega_n} k u_0^2$$



انرژی آلودگی در سیکل ارتعاش در سیکل ارتعاش $= E_I = \int p(t) du = \int_0^{2\pi/\omega} p(t) \dot{u} dt = \int_0^{2\pi/\omega} [P_0 \sin \omega t] [\omega u_0 \cos(\omega t - \phi)] dt$

$$= \pi P_0 u_0 \sin \phi$$

$$\left. \begin{aligned} \phi = \tan^{-1} \frac{2\zeta \frac{\omega}{\omega_n}}{1 - (\frac{\omega}{\omega_n})^2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow E_I = 2\pi \zeta \frac{\omega}{\omega_n} k u_0^2$$

نشیونال انرژی، انرژی آلودگی به سیستم به علت میرای لزوج متناوب است.

حل تراز شده نیست و ضربه می‌دهیم:

انرژی کشش $E_s = \int f_s du = \int_0^{2\pi/\omega} (ku) \dot{u} dt = \int_0^{2\pi/\omega} k [u_0 \sin(\omega t - \phi)] [\omega u_0 \cos(\omega t - \phi)] dt = 0$

انرژی کشش $E_k = \int f_I du = \int_0^{2\pi/\omega} (m\ddot{u}) \dot{u} dt = \int_0^{2\pi/\omega} \frac{2\pi}{\omega} [-\omega^2 u_0 \sin(\omega t - \phi)] [\omega u_0 \cos(\omega t - \phi)] dt = 0$

تغییرات انرژی کشش و کشش در یک سیکل ارتعاش صاف است.

روالت $w = w_n$ (آزاد)

* قبل از حصول حالت مانده، انرژی الکتریکی (E_L) در سگنل نزدیک به انرژی الکتریکی (E_D) در سگنل می باشد.

در رابطه نوبت در سگنل نسبت به سگنل قبلی افزایش می یابد.

با افزایش w ، انرژی الکتریکی با سرعت بیشتری نسبت به انرژی الکتریکی افزایش می یابد.

در صورت در رابطه w (فرض است که w مانده) (و انرژی با یکدیگر در می شوند).

این مدل انرژی که حقیقتاً هم کم باشد هم انرژی مانده.

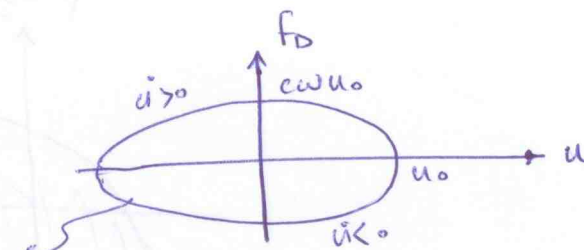


$$f_D = c\dot{u}(t) = c [\omega u_0 \cos(\omega t - \phi)]$$

$$= c\omega \sqrt{u_0^2 - u^2} \sin(\omega t - \phi) = c\omega \sqrt{u_0^2 - u(t)^2}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{u}{u_0}\right)^2 + \left(\frac{f_D}{c\omega u_0}\right)^2 = 1$$

Hysteresis Loop

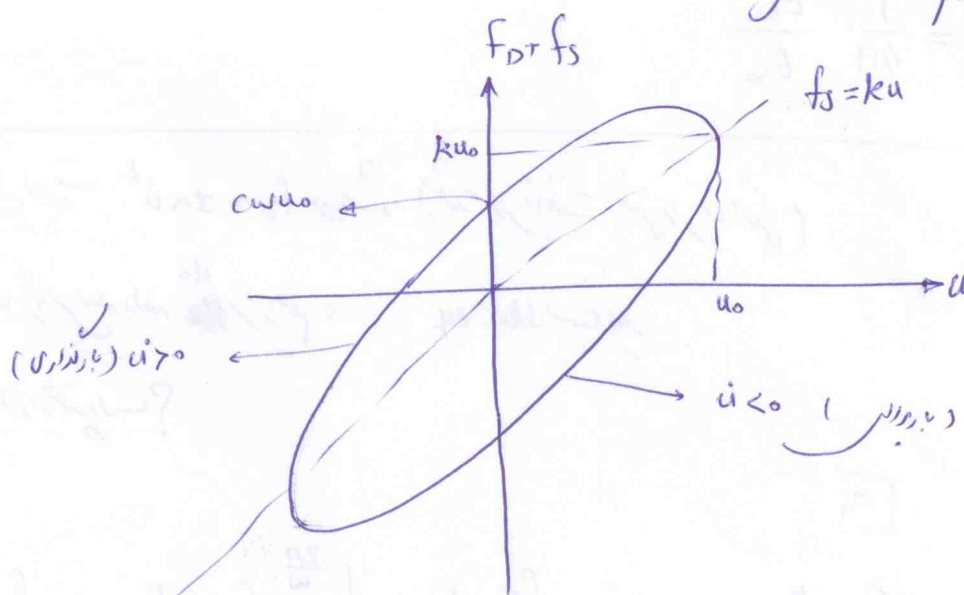


$$\text{سنگ زینتی} = \pi(u_0) (c\omega u_0) = \pi c\omega u_0^2$$

اندازه سطح زیر منحنی f_D معادل مساحت بیاضی در رسم که سطح زیر منحنی f_D از اثر است

حالت: حلقه هیستریزاس
dynamic hysteresis

$$f_{\text{جمع}} = f_s + f_D = ku(t) + c\dot{u}(t) = ku + c\omega \sqrt{u_0^2 - u^2}$$



سطح محصور می شود $f_s = ku$ منحنی بیاضی

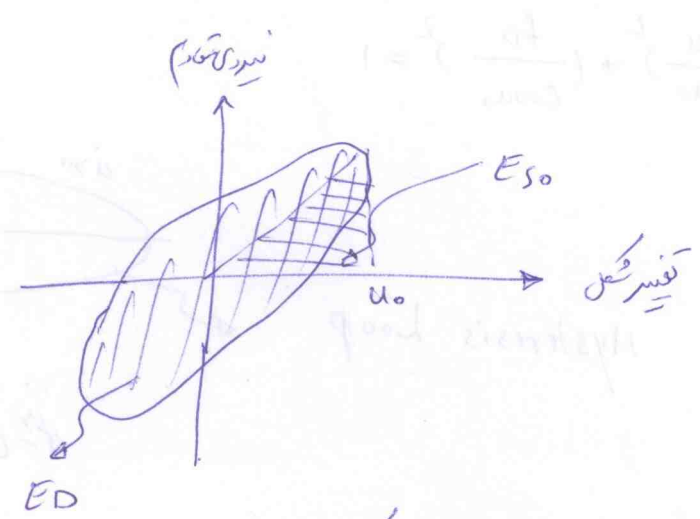
اما کان سطح محصور می شود f_D از اثر است

* اگر $\omega \rightarrow 0$ حلقه هیستریزاس می شود (بیاضی است)

به حلقه ای در شده توسط رفت و برگشت static hysteresis گفته می شود

میرای لرزه‌های

$$E_D = 2\pi \zeta \frac{\omega}{\omega_n} \frac{k u_0^2}{2 E_{s0}} \Rightarrow \zeta_{eq} = \frac{1}{4\pi} \frac{1}{\omega/\omega_n} \frac{E_D}{E_{s0}}$$



چون در حالت $\omega = \omega_n$ (لرزه) میرای ζ_{eq} را در این حالت بدست می‌دهیم:

$$\zeta_{eq} = \frac{1}{4\pi} \frac{E_D}{E_{s0}}$$

Ex 3.6

تصور کنید یک جسم در حال حرکت متوازی در سطح لغزنده $f_D = \pm a u^2$ (نسبت به این ثابت دینامیک) داشته باشیم. اگر جسم را با یک باره u_0 جابجا کنیم و بخواهیم بدانیم چقدر انرژی در طول یک دوره تلف می‌شود؟

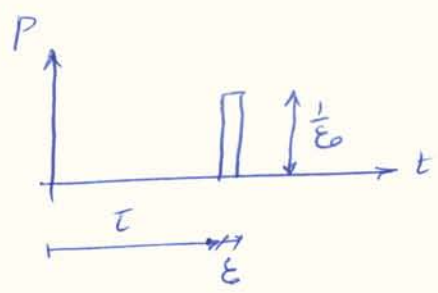
[m]

$$\begin{aligned} u(t) &= -u_0 \cos \omega t \rightarrow E_D = \int f_D du = \int_0^{2\pi/\omega} f_D \dot{u} dt = 2 \int_0^{\pi/\omega} f_D \dot{u} dt \\ &= 2 \int_0^{\pi/\omega} (a u^2) \dot{u} dt = 2 a \omega^3 u_0^3 \int_0^{\pi/\omega} \sin^3 \omega t dt = \frac{8}{3} a \omega^2 u_0^3 \\ \frac{E_D}{\pi c_{eq} \omega u_0^2} &\Rightarrow c_{eq} = \frac{8}{3\pi} a \omega u_0 \end{aligned}$$

$$3.2.5 \quad u_0 = \frac{(u_{st})_0}{2\zeta} = \frac{P_0}{c \omega_n} \Rightarrow u_0 = \left(\frac{3\pi}{8a} \frac{P_0}{\omega_n^2} \right)^{1/2} \quad \text{چون } \omega = \omega_n$$

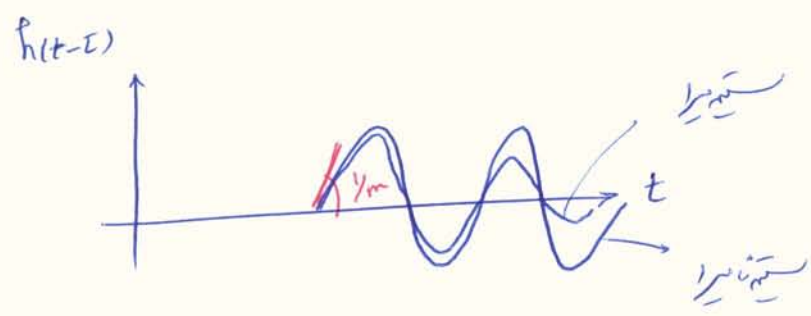
$P = m\ddot{u}$ $\Rightarrow \frac{d}{dt}(m\dot{u}) = P$ $\Rightarrow$ قانون دوم نیوتن

تغییرات حرکت (مکانیت) جسم مادی نیروی وارد شده است



$$\delta(t-\tau) = \begin{cases} 1 & t=\tau \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

دستگاه در آن



انتگرال گیری از طرف زمان

$$\int_{t_1}^{t_2} P dt = m(\dot{u}_2 - \dot{u}_1) = m \Delta \dot{u}$$

مقدار تغییر

موضع

اگر $\epsilon \rightarrow 0$ آنگاه نیرو در زمان بی نهایت کوچک $\delta(t-\tau)$ قرار می گیرد و مقدار آن $1/\epsilon_0$ می باشد. $\Rightarrow$ تغییر در سرعت در $t = \tau$ به $m \Delta \dot{u}$ می باشد. (در $u(\tau) = 0$)

پس فرض می کنیم در $t = \tau$ به $m \Delta \dot{u}$ می باشد.

$$\dot{u}(\tau) = \frac{1}{m}$$

پس فرض می کنیم در $t = \tau$ به $m \Delta \dot{u}$ می باشد. $\Rightarrow$ تغییر در سرعت در $t = \tau$ به $m \Delta \dot{u}$ می باشد. (در $u(\tau) = 0$)

$\Rightarrow$ $\left\{ \begin{array}{l} \text{SDOF} \Rightarrow h(t-\tau) = u(t) = \frac{1}{m\omega_n} \text{Sinh}[\omega_n(t-\tau)] \\ \text{SDOF} \Rightarrow h(t-\tau) = u(t) = \frac{1}{m\omega_D} e^{-\zeta\omega_D(t-\tau)} \text{Sinh}[\omega_D(t-\tau)] \end{array} \right.$

که $P(t)$ تابع دamped باشد، اگر امتحان بعد از تستها کوتاه‌مدتی نباشد.

$$d u(t) = [P(\tau) d\tau] h(t-\tau) \quad t > \tau$$

$$\Rightarrow u(t) = \int_0^t P(\tau) h(t-\tau) d\tau$$

$$\Rightarrow u(t) = \frac{1}{m\omega_n} \int_0^t P(\tau) \sin[\omega_n(t-\tau)] d\tau$$

شرایط اولیه منفی

$$\Rightarrow u(t) = \frac{1}{m\omega_D} \int_0^t P(\tau) e^{-\zeta\omega_n(t-\tau)} \sin[\omega_D(t-\tau)] d\tau$$

معادلات فوق در دسترس است، شرایط اولیه منفی، به این معنی که تابع $P(t)$ (تابع دamped) اگر SDOF را در $u(0)$ و $\dot{u}(0)$ به هم جمع کردند.

$$u(t) = e^{-\zeta\omega_n t} \left[u(0) \cos\omega_D t + \left(\frac{\dot{u}(0) + \zeta\omega_n u(0)}{\omega_D} \right) \sin\omega_D t \right]$$

$$\omega_D = \omega_n \sqrt{1-\zeta^2}$$

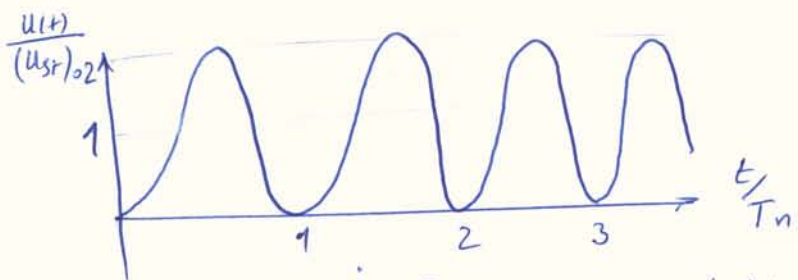


فرض SDOF سیستم را

در مبحث سازه ها

$$u(t) = \frac{1}{m\omega_n} \int_0^t P_0 \sin[\omega_n(t-\tau)] d\tau = \frac{P_0}{m\omega_n} \int_0^t \sin[\omega_n(t-\tau)] d\tau$$

$$= \dots = (u_{st})_0 (1 - \cos \omega_n t)$$



نقطه شروع فرد

$$\frac{du(t)}{dt} = 0 \Rightarrow t = \frac{j}{2} T_n$$

$$\Rightarrow u_0 = 2(u_{st})_0$$

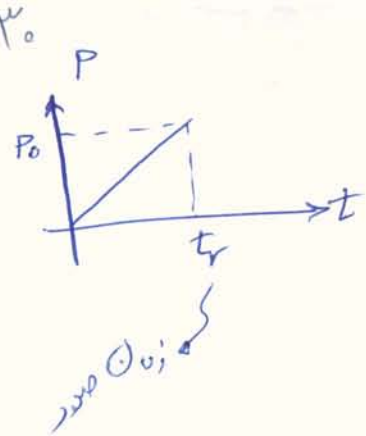
تفسیر: پس از اعمال بار یک سازه در دو حالت است: یک

نویس که خوا - بیلر نشد!

لفظ استیمرال در حال بار SDOF میرا

$$u(t) = (u_{st})_0 \left[1 - e^{-\zeta \omega_n t} \left(\cos \omega_d t + \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin \omega_d t \right) \right]$$

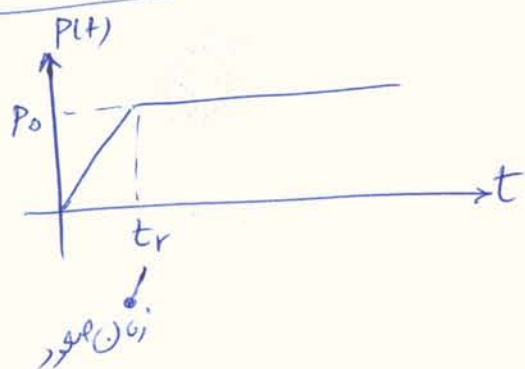
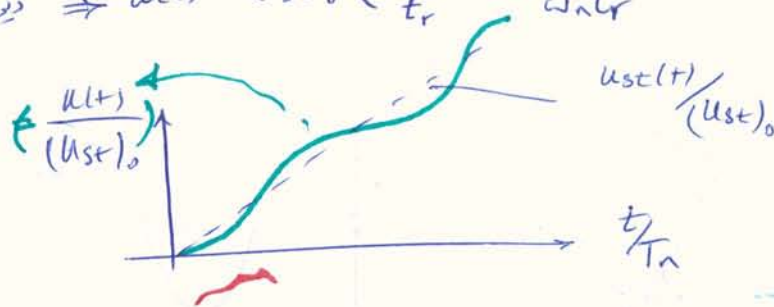
برای آنکه حرکت در حدی قبی است که برای آن خوا - خصم و نمودن سازه بود



$$u(t) = \frac{1}{m\omega_n} \int_0^t \frac{P_0 \tau}{t_r} \sin \omega_n(t-\tau) d\tau$$

پایه مشروط به شرط

$$\Rightarrow \text{دو برابر} \Rightarrow u(t) = (u_{st})_0 \left(\frac{t}{t_r} - \frac{\sin \omega_n t}{\omega_n t_r} \right)$$



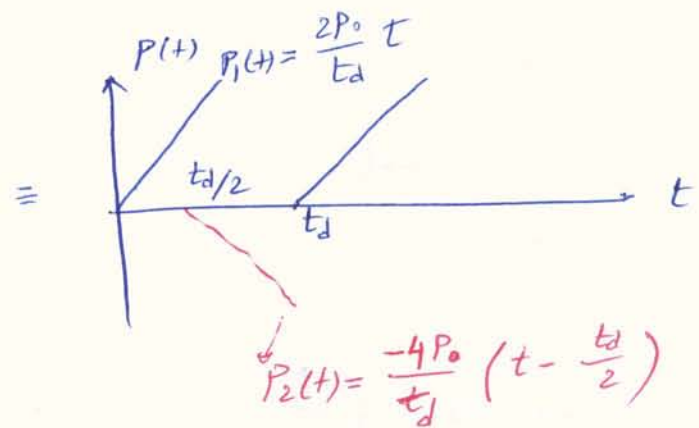
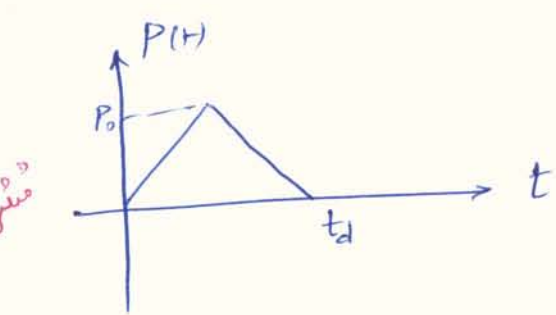
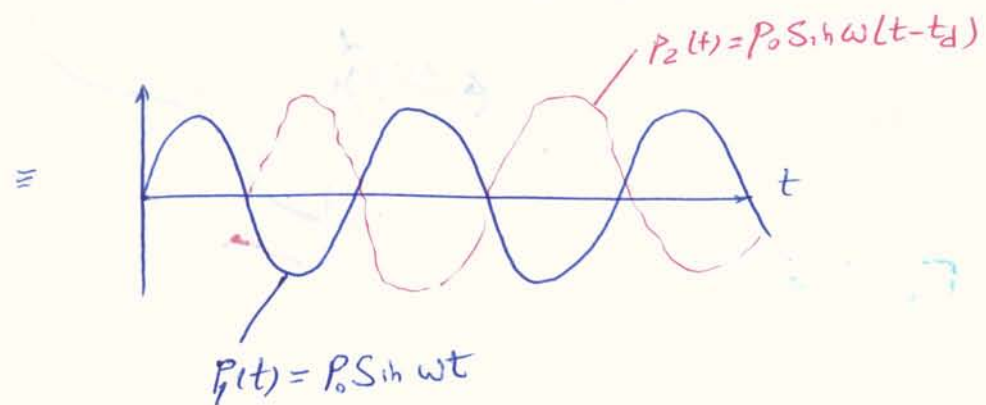
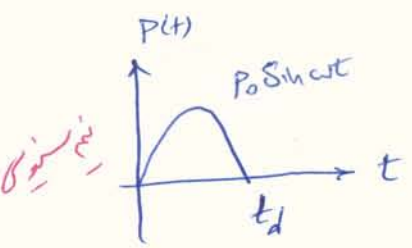
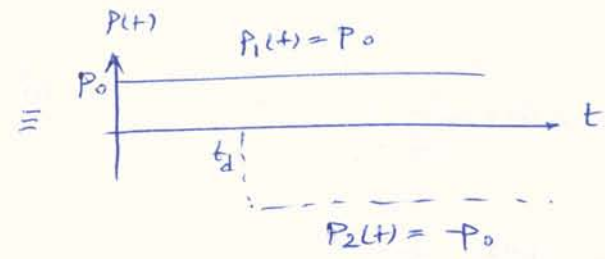
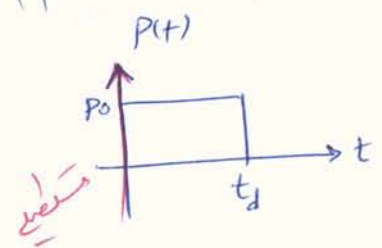
پایه مشروط به شرط - به اول

$$u(t) = (u_{st})_0 \left(\frac{t}{t_r} - \frac{\sin \omega_n t}{\omega_n t_r} \right)$$

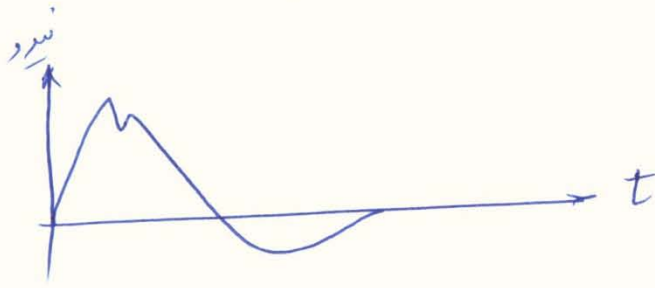
$$t \leq t_r$$

$$u(t) = u(t_r) \cos \omega_n(t-t_r) + \frac{\dot{u}(t_r)}{\omega_n} \sin \omega_n(t-t_r) + (u_{st})_0 [1 - \cos \omega_n(t-t_r)] \quad t > t_r$$

فیلتر باند عبور



تأثیر ضربه



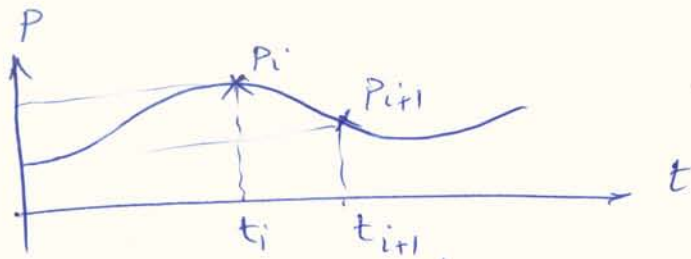
← تشدید نوسان آزاد

* معمولاً در سیستم‌ها بزرگ‌ترین مقدار در ابتدا رخ می‌دهد و با گذشت زمان کم می‌شود. چون میرایی در این نوع نوسان بزرگ‌ترین دامنه را دارد.

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = P(t) \quad \begin{cases} u = u(0) \\ \dot{u} = \dot{u}(0) \end{cases} \quad \text{شرایط اولیه}$$

روش عددی برای حل مسئله

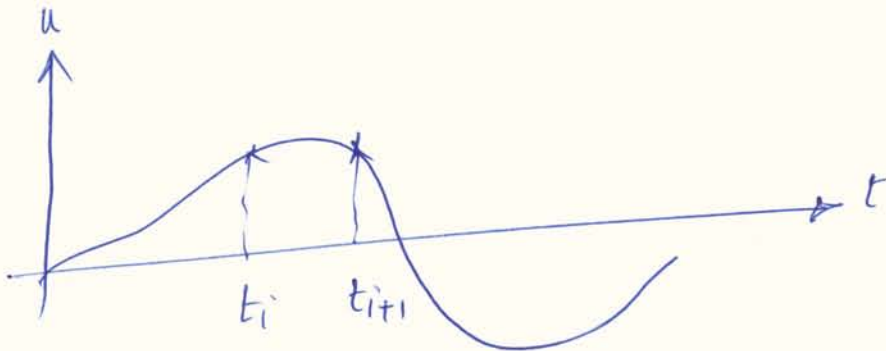
فرض کنیم P تغییر کند، سرعتهای $\dot{u}$ و $\ddot{u}$ و u نیز تغییر می‌کند.

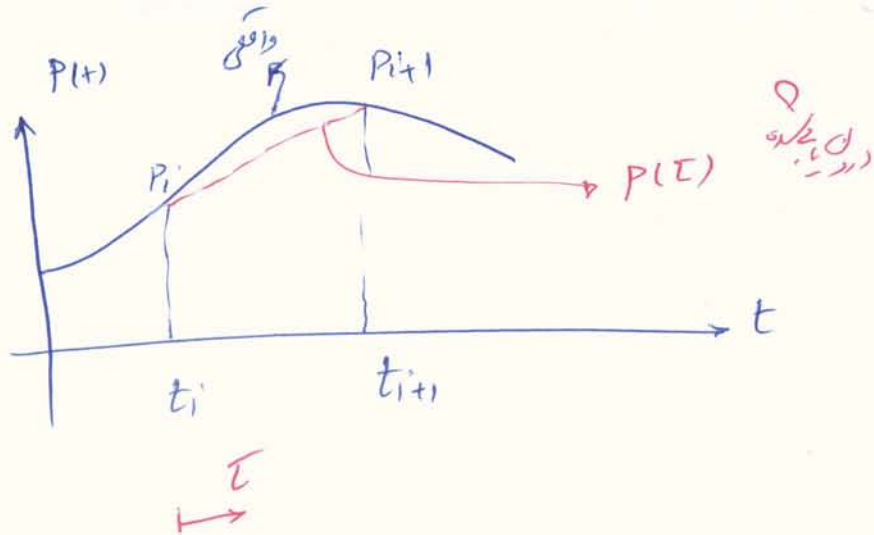


$$m\ddot{u}_i + c\dot{u}_i + ku_i = P_i$$

$$m\ddot{u}_{i+1} + c\dot{u}_{i+1} + ku_{i+1} = P_{i+1}$$

در بازه زمانی t_i تا t_{i+1} در یک بازه.





اولی مقدار در زمان t_i یا t_i یا t_i یا t_i

در زمان t_i

$$P(\tau) = P_i + \frac{\Delta P_i}{\Delta t_i} \tau \quad \text{where } \Delta P_i = P_{i+1} - P_i$$

$$\Rightarrow m\ddot{u} + k u = P_i + \frac{\Delta P_i}{\Delta t_i} \tau$$

پایه $u(\tau)$ را در فاصله τ از t_i تا t_{i+1} محاسبه می‌کنیم. $0 \leq \tau \leq \Delta t_i$ حاصل جمع مقدار زیر است:

۱- لرزش آزاد به علت تغییر مکان اولیه. با سرعت $\dot{u}_i$ در لحظه $\tau=0$.

۲- پاسخ به نیروی ایستای P_i با شرایط اولیه صفر.

۳- پاسخ به نیروی سیار $\frac{\Delta P_i}{\Delta t_i} \tau$ با شرایط اولیه صفر.

نتیجه:

$$u(\tau) = u_i \cos \omega_n \tau + \frac{\dot{u}_i}{\omega_n} \sin \omega_n \tau + \frac{P_i}{K} (1 - \cos \omega_n \tau) + \frac{\Delta P_i}{K} \left(\frac{\tau}{\Delta t_i} - \frac{\sin \omega_n \tau}{\omega_n \Delta t_i} \right)$$

$$\frac{u(\tau)}{\omega_n} = -u_i \sin \omega_n \tau + \frac{\dot{u}_i}{\omega_n} \cos \omega_n \tau + \frac{P_i}{K} \sin \omega_n \tau + \frac{\Delta P_i}{K} \frac{1}{\omega_n \Delta t_i} (1 - \cos \omega_n \tau)$$

عاجل روابط قبله در $T = \Delta t_i$ ، تغییرات u_{i+1} و سرعت $\dot{u}_{i+1}$ در t_{i+1} نسبت به t_i است.

$$u_{i+1} = u_i C_s(\omega_n \Delta t_i) + \frac{\dot{u}_i}{\omega_n} S_h(\omega_n \Delta t_i) + \frac{P_i}{K} (1 - C_s(\omega_n \Delta t_i)) \\ + \frac{\Delta P_i}{K} \frac{1}{\omega_n \Delta t_i} [\omega_n \Delta t_i - S_h(\omega_n \Delta t_i)]$$

$$\frac{\dot{u}_{i+1}}{\omega_n} = -u_i S_h(\omega_n \Delta t_i) + \frac{\dot{u}_i}{\omega_n} C_s(\omega_n \Delta t_i) \\ + \frac{P_i}{K} S_h(\omega_n \Delta t_i) + \frac{\Delta P_i}{K} \frac{1}{\omega_n \Delta t_i} [1 - C_s(\omega_n \Delta t_i)]$$

اگر از روابط بالا $\Delta P_i = P_{i+1} - P_i$ در روابط فوق قرار دهیم به روابط زیر می‌رسیم:

$$\begin{cases} u_{i+1} = A u_i + B \dot{u}_i + C P_i + D P_{i+1} \\ \dot{u}_{i+1} = A' u_i + B' \dot{u}_i + C' P_i + D' P_{i+1} \end{cases}$$

ضرایب A, B, C, D

A', B', C', D'

بجای (5.2.1) اگر $(1 < \xi)$

* نسبت به Δt_i کم باشد، روی بس‌خواب است (مثل زلزله)

* اگر ضرایب Δt_i کم باشد، فرکانس فوق را قطع کند، همان‌طور که در

* محدود است به صورت خطی

عمر، طاعت و رزق فتوح:

۱۔ محمد بن + بابہ حسن نوادر نے راجا محل عدوس بابہ جل دقتی حمر اسود۔

۲- باید این در صورتی که خطی که در این اعداد حل عددی این عدد را باید

۳- وقت ۴- نتیجہ حاصل از دروس عددی بعد از درسی بجز درسی و بعد ۵

روکھان محسن

۱- در دهان آینه بر روی دندانهای بیضی

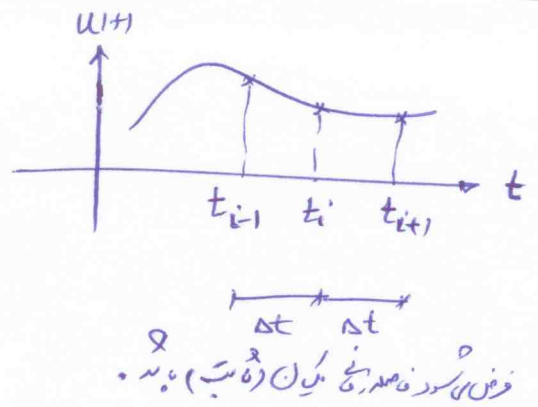
۲۔ ردیفی کلمے پر بنی ہوئی عبارت (Finite difference) (Finite difference)

۳۔ دوسرا کلمہ تغیر ہے فرماتا:

Central Difference Method:

$$\textcircled{1} \dot{u}_i = \frac{u_{i+1} - u_{i-1}}{2\Delta t}, \ddot{u}_i = \frac{u_{i+1} - 2u_i + u_{i-1}}{(\Delta t)^2}$$

$$m\ddot{u}_i + c\dot{u}_i + (fs)_i = p_i$$



$$\Rightarrow m \frac{u_{i+1} - 2u_i + u_{i-1}}{(\Delta t)^2} + c \frac{u_{i+1} - u_{i-1}}{2\Delta t} + ku_i = p_i$$

از u_{i-1} و u_{i+1} به کمک u_i و Δt و $\ddot{u}_i$ و $\dot{u}_i$ و p_i و k و m و c محاسبه می شود.

$$\Rightarrow \left[\frac{m}{(\Delta t)^2} + \frac{c}{2\Delta t} \right] u_{i+1} = p_i - \left[\frac{m}{(\Delta t)^2} - \frac{c}{2\Delta t} \right] u_{i-1} - \left[k - \frac{2m}{(\Delta t)^2} \right] u_i$$

$$\Rightarrow \hat{k} u_{i+1} = \hat{p}_i \Rightarrow u_{i+1} = \frac{\hat{p}_i}{\hat{k}}$$

برای شروع احتیاج به u_0 و $\dot{u}_0$ داریم. برای این منظور (1) لول صفر را در نظر می گیریم:

$$i=0 \rightarrow \dot{u}_0 = \frac{u_1 - u_{-1}}{2\Delta t}, \ddot{u}_0 = \frac{u_1 - 2u_0 + u_{-1}}{(\Delta t)^2}$$

$$\Rightarrow u_{-1} = u_0 - \Delta t \dot{u}_0 + \frac{(\Delta t)^2}{2} \ddot{u}_0$$

$$\text{where } m\ddot{u}_0 + c\dot{u}_0 + ku_0 = p_0 \Rightarrow \ddot{u}_0 = \frac{p_0 - c\dot{u}_0 - ku_0}{m}$$

$$\ddot{u}_0 \rightarrow u_{-1} \rightarrow \hat{k} \rightarrow \hat{p}_i \rightarrow u_{i+1}$$

$$i=i+1 \rightarrow \text{''} \rightarrow \text{''} \rightarrow \text{''}$$

الوارتمه است:

Stability Criterion:

$$\frac{\Delta t}{T_n} < \frac{1}{\pi}$$

در سیستم SDOF ضریب تخمین نشده است

در سیستم MDOF اغلب لازم است که ضریب تخمین نشده باشد.

اگر کائنات مرکز بر حالت غیر خطی

$$m\ddot{u}_i + c\dot{u}_i + (f_s)_i = p_i \quad (1) \Rightarrow m \frac{u_{i+1} - 2u_i + u_{i-1}}{(\Delta t)^2} + c \frac{u_{i+1} - u_{i-1}}{2\Delta t} + (f_s)_i = p_i$$

$$\Rightarrow \dots \Rightarrow \hat{k} u_{i+1} = \hat{p}_i \quad \text{where} \quad \hat{k} = \frac{m}{(\Delta t)^2} + \frac{c}{2\Delta t}$$

$$\hat{p}_i = p_i - \left[\frac{m}{(\Delta t)^2} - \frac{c}{2\Delta t} \right] u_{i-1}$$

$$- (f_s)_i + \frac{2m}{(\Delta t)^2} u_i$$

نکته: در حالت غیر خطی

در غیر این صورت و در صورتی که در واقعیت و مدل‌های است.

Newmark Method, 1959.

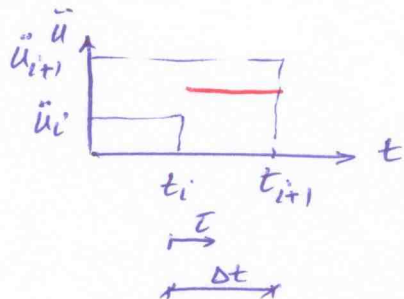
$$\begin{cases} \ddot{u}_{i+1} = \ddot{u}_i + [(1-\gamma)\Delta t] \ddot{u}_i + (\gamma\Delta t) \ddot{u}_{i+1} \\ u_{i+1} = u_i + (\Delta t)\dot{u}_i + [(0.5-\beta)\Delta t^2] \ddot{u}_i + [\beta\Delta t^2] \ddot{u}_{i+1} \end{cases}$$

* پارامتر β را تغییرات γ را در یک بازه تعیین می‌کنند و مشخص می‌کنند در وقت روشی پایدار.

مقدار مقادیر $\gamma = \frac{1}{2}$, $\frac{1}{6} \leq \beta \leq \frac{1}{4}$ ←

* چون $\ddot{u}_{i+1}$ در دست راست معادله فوق وجود دارد، این روش نیاز به تکرار دارد.

شکل جدول $\beta = \frac{1}{4}$, $\gamma = \frac{1}{2}$



$$\ddot{u}(\tau) = \frac{1}{2} (\ddot{u}_{i+1} + \ddot{u}_i)$$

$$\dot{u}(\tau) = \dot{u}_i + \frac{\tau}{2} (\ddot{u}_{i+1} + \ddot{u}_i)$$

$$\dot{u}_{i+1} = \dot{u}_i + \frac{\Delta t}{2} (\ddot{u}_{i+1} + \ddot{u}_i)$$

$$u(\tau) = u_i + \dot{u}_i \tau + \frac{\tau^2}{4} (\ddot{u}_{i+1} + \ddot{u}_i)$$

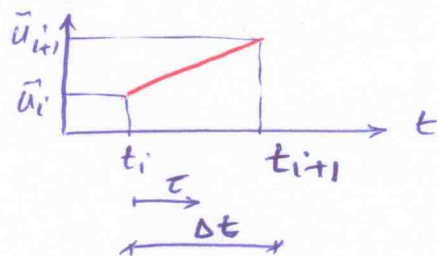
$$u_{i+1} = u_i + \dot{u}_i \Delta t + \frac{\Delta t^2}{4} (\ddot{u}_{i+1} + \ddot{u}_i)$$

استدلال

$\tau = \Delta t$

$\tau = \Delta t$

شکل جدول $\beta = \frac{1}{6}$, $\gamma = \frac{1}{2}$



$$\ddot{u}(\tau) = \ddot{u}_i + \frac{\tau}{\Delta t} (\ddot{u}_{i+1} - \ddot{u}_i)$$

$$\dot{u}(\tau) = \dot{u}_i + \ddot{u}_i \tau + \frac{\tau^2}{2\Delta t} (\ddot{u}_{i+1} - \ddot{u}_i)$$

$$\dot{u}_{i+1} = \dot{u}_i + \frac{\Delta t}{2} (\ddot{u}_{i+1} + \ddot{u}_i)$$

$$u(\tau) = u_i + \dot{u}_i \tau + \frac{\ddot{u}_i \tau^2}{2} + \frac{\tau^3}{6\Delta t} (\ddot{u}_{i+1} - \ddot{u}_i)$$

$$u_{i+1} = u_i + \dot{u}_i \Delta t + (\Delta t)^2 \left(\frac{1}{6} \ddot{u}_{i+1} + \frac{1}{3} \ddot{u}_i \right)$$

دور الگہ نول صفحہ میں لکھ کر تھوڑے دو تھوڑے ٹکڑے بن کر دے :

$$\left. \begin{aligned} \Delta u_i &= u_{i+1} - u_i \\ \Delta \dot{u}_i &= \dot{u}_{i+1} - \dot{u}_i \\ \Delta \ddot{u}_i &= \ddot{u}_{i+1} - \ddot{u}_i \\ \Delta p_i &= p_{i+1} - p_i \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{cases} \Delta \dot{u}_i = \Delta t \ddot{u}_i + \gamma (\Delta t) \Delta \ddot{u}_i \\ \Delta u_i = \Delta t \dot{u}_i + \frac{\Delta t^2}{2} \ddot{u}_i + \beta (\Delta t)^2 \Delta \ddot{u}_i \end{cases} \xrightarrow[\Delta \ddot{u}_i]{\text{حل درای } \ddot{u}_i} \quad (1)$$

$$\Rightarrow \Delta \ddot{u}_i = \frac{1}{\beta \Delta t^2} \Delta u_i - \frac{1}{\beta \Delta t} \dot{u}_i - \frac{1}{2\beta} \ddot{u}_i \quad \text{و } \Delta \ddot{u}_i = \ddot{u}_i$$

$$(13) \Delta \dot{u}_i = \frac{\gamma}{\beta \Delta t} \Delta u_i - \frac{\gamma}{\beta} \dot{u}_i + \Delta t \left(1 - \frac{\gamma}{2\beta}\right) \ddot{u}_i$$

$$\left. \begin{aligned} m \Delta \ddot{u}_i + c \Delta \dot{u}_i + k \Delta u_i &= \Delta p_i \\ (i=1, 2, 3) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{k} \Delta u_i = \hat{\Delta p}_i$$

where $\hat{k} = k + \frac{\gamma}{\beta \Delta t} c + \frac{1}{\beta (\Delta t)^2} m$

$$\Delta \hat{P}_i = \Delta P_i + \left(\frac{1}{\beta \Delta t} m + \frac{\gamma}{\beta} c \right) \dot{u}_i + \left[\frac{m}{2\beta} + \Delta t \left(\frac{\gamma}{2\beta} - 1 \right) c \right] \ddot{u}_i$$

$$\Rightarrow \Delta u_i = u_{i+1} - u_i = \frac{\hat{\Delta p}_i}{\hat{k}}$$

$$\Delta u_i \rightarrow \begin{cases} \Delta \tilde{u}_i \\ \Delta \bar{u}_i \end{cases} \rightarrow \begin{cases} u_{i+1} \\ \tilde{u}_{i+1} \\ \bar{u}_{i+1} \end{cases} \quad (\text{الترقيم في الجدول 5.4.2})$$

نکته: از رابطه ذیل نیز می توان (تعداد محدود) (در شروع محاسبه) (به دست آورد)

$$u_{i+1} = \frac{p_{i+1} - e u_{i+1} - k u_{i+1}}{m}$$

تبدیل رابطه به رابطه $i+1$

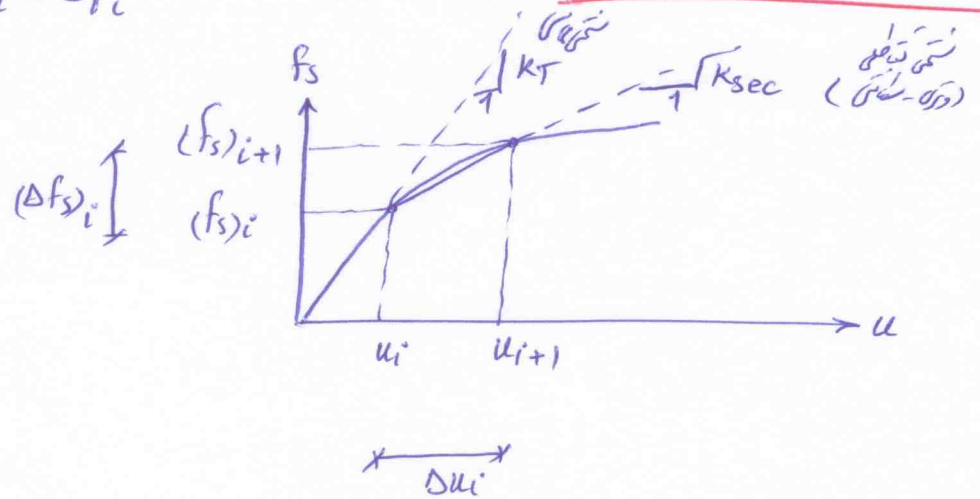
$$\frac{\Delta t}{T_n} \leq \frac{1}{\pi\sqrt{2}} \frac{1}{\sqrt{\delta - 2\beta}}$$

فرض کنیم $\gamma = \frac{1}{2}$ و $\beta = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{\Delta t}{T_n} < \infty$ این مسئله به سبب آن است که Δt به Δt وابسته است و Δt به Δt وابسته است.

اولی نیوارک بر مبنای خط خطی

$$(k_i)_{sec} \Delta u_i$$

$$m \Delta \ddot{u}_i + c \Delta \dot{u}_i + (\Delta f_s)_i = \Delta p_i$$



نکته: در این روش، k_{sec} تابعی از u_{i+1} است که خود بخود در دسترس نیست. به همین دلیل، k_T مدل می‌شود. (فرض Δu_i کوچک)

$$(\Delta f_s)_i \simeq (k_i)_T \Delta u_i = k_i \Delta u_i$$

$$\Rightarrow m \Delta \ddot{u}_i + c \Delta \dot{u}_i + k_i \Delta u_i = \Delta p_i$$

$\leftrightarrow$

همان رابطه قبلی به بل استفاده است به طوری که
از نسخه های استفاده شود.

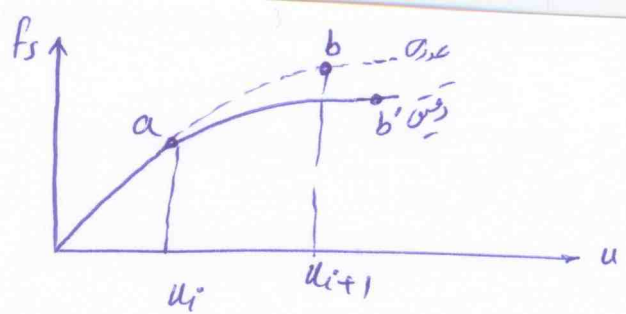
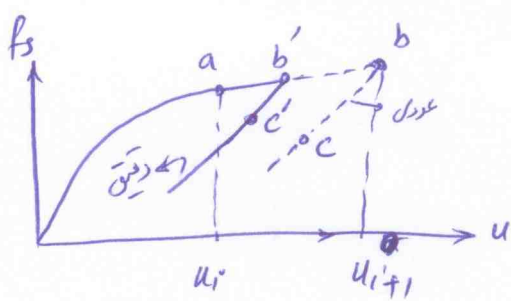
$$\ddot{u}_{i+1} = \ddot{u}_i + \Delta \ddot{u}_i$$

$$\ddot{u}_{i+1} = \frac{p_{i+1} - c \dot{u}_{i+1} - k u_{i+1}}{m}$$

$\left\{ \rightarrow \right.$

* نکته: این دو رابطه در حالت غیر خطی درست است.
تخمین می‌دهند که مقدار نیروی برآورد است
چون که اولی ساده تر است و این (فرض) ممکن است.

یعنی این روش Δt ثابت فمیر به یک سبب می‌گردد. دلیل این امر وجود توابع خاص زیر است:



خط

↓
فرض کنید در نقطه a تغییر مکان u_i است و u_{i+1} است
(الف تغییر مکان در حال توازن است)
در صورتی که محل عمل عدد در نقطه a سرعت را منفی نشان دهد
به این معنیست که سرعت در نقطه a باشد که منفی شده است
در نتیجه تغییر مکان واقعی بعد از آنکه a به یک عنصر دیگر برسد
به c برود.
لغی می باشد به یک نام را که می توان انتخاب می کند.

↓
چون از سمت چپ می باشد و در آن اشتباه می کنیم،
همان است اگر قاعده تعقیب دقیق نمی باشد به یک a به
در صورتی که این اشتباه در نقطه a باشد که منفی شود
به یک خطی قابل تعقیب می شود.
این خط را می توان به اشتباه از روش دیگر می شود که
به حد کلی می باشد.

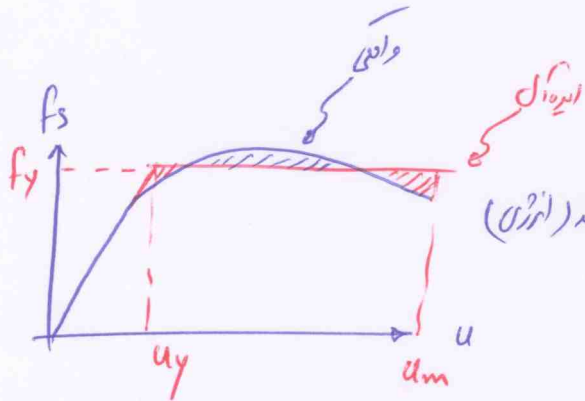
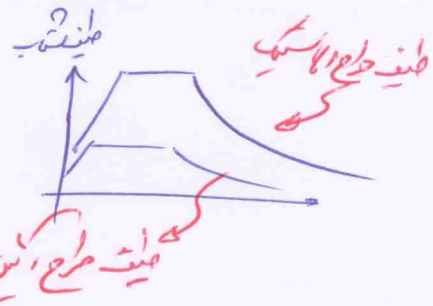
$$\hat{k}_T \Delta u = \Delta \hat{p}$$

↓
در حالت غیر خطی می باشد:

where $\hat{k}_T = \hat{k}_T + \frac{\gamma}{\beta \Delta t} c + \frac{1}{\beta (\Delta t)^2} m$
نکته

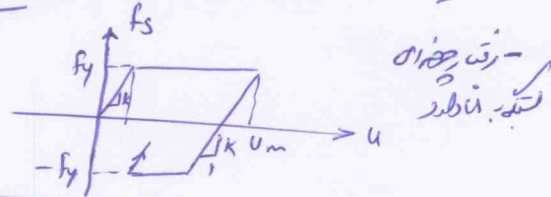
فصل قبل $\rightarrow V_b = \frac{A}{g} \omega$

برخی بویه دیدیم که الاستیک خطی

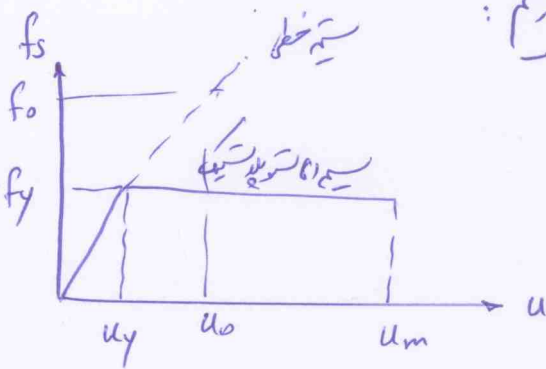


- این به نسی از در در میزنه که محدوده غیر ارتجاعی است

- انرژی از به نسی است که در وقت از غیر ارتجاعی و انرژی که به نسی (انرژی)



حل به حساب به پاسخ سیم خطی و سیم غیر خطی (الاستیک خطی) هر دو لازم:



مقیاس سیم به سیم = Normalized yield strength = $\bar{f}_y = \frac{f_y}{f_0} = \frac{k u_y}{k u_0} = \frac{u_y}{u_0}$

که حد الاستیک در تمام سیم خطی در تمام

تفسیر شکل زلزله در سیم خطی

سیم در تمام خطی $\Rightarrow \bar{f}_y < 1$

مقیاس سیم به سیم = yield Reduction Factor = $R_y = \frac{1}{\bar{f}_y} = \frac{f_0}{f_y} = \frac{u_0}{u_y}$

مقیاس سیم به سیم = Ductility Factor = $\mu = \frac{u_m}{u_y}$

حد الاستیک خطی سیم

الاستیک خطی در تمام

$$\Rightarrow \frac{u_m}{u_0} = \frac{\mu \cdot u_y}{\frac{u_y}{\bar{f}_y}} = \mu \cdot \bar{f}_y = \frac{\mu}{R_y}$$

مقدار حرکت در راستای عمود بر سطح است

$$m \ddot{u} + c \dot{u} + f_s(u, \dot{u}) = -m \ddot{u}_g(t) \quad \xrightarrow{\text{تقسیم بر } m}$$

$$\ddot{u} + 2\zeta \omega_n \dot{u} + \omega_n^2 a_y \tilde{f}_s(u, \dot{u}) = -\ddot{u}_g(t) \quad \text{where } \tilde{f}_s(u, \dot{u}) = \frac{f_s(u, \dot{u})}{f_y}$$

که با تغییر در سیستم فرکانس تغییر می‌کند

در اینجا ω_n یک مقدار ثابت است و ω_n در $\left\{ \begin{matrix} \omega_n \\ \zeta \\ a_y \\ f_s(u, \dot{u}) \end{matrix} \right\}$ قرار دارد.

$$\begin{aligned} u(t) &= u_y \mu(t) \\ \dot{u}(t) &= u_y \dot{\mu}(t) \\ \ddot{u}(t) &= u_y \ddot{\mu}(t) \end{aligned}$$

$$\ddot{\mu} + 2\zeta \omega_n \dot{\mu} + \omega_n^2 \tilde{f}_s(\mu, \dot{\mu}) = -\omega_n^2 \frac{\ddot{u}_g(t)}{a_y} \quad \text{where } a_y = \frac{f_y}{m}$$

که ω_n یک مقدار ثابت است.

معادله درون شبیه زلزله = نصف کردن معادله سیستم زلزله

برای یک زلزله خاص، فرکانس و ضرایب $\left\{ \begin{matrix} \omega_n \\ \zeta \\ \bar{f}_y \end{matrix} \right\}$ در نظر گرفته می‌شود.

$$\left. \begin{aligned} a_y &= \frac{f_y}{m} \\ \bar{f}_y &= \frac{f_y}{f_0} \end{aligned} \right\} \Rightarrow a_y = \frac{\bar{f}_y f_0}{m} = \frac{\bar{f}_y (k u_0)}{\frac{k}{\omega_n^2}} = \omega_n^2 u_0 \bar{f}_y$$

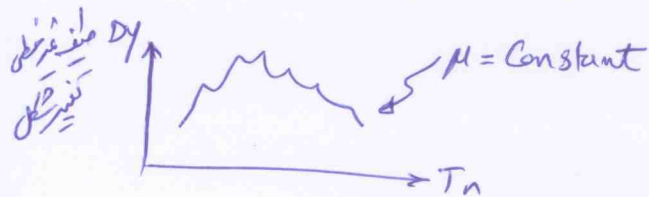
که ω_n یک مقدار ثابت است.

ductility capacity > ductility demand

طراحی باید به نحوی انجام شود که
* در طیف راجع به زلزله که در آن است داشته باشد *

$$D_y = u_y \quad V_y = \omega_n u_y \quad A_y = \omega_n^2 u_y$$

طیف غیر خطی (با شکل مندرج است)



$$\frac{A_y}{\omega_n} = V_y = \omega_n D_y$$

که در آن سیستم در آن است و جنبه است.

مقاومت سیستم
الاستیک

$$= f_y = k u_y = m (\omega_n^2 u_y) = m A_y = \frac{A_y}{g} m$$

مرحل ایتم:

- ۱- انتخاب زلزله و T_n
 - ۲- پاسخ u_0 سیستم الاستیک حاصل از T_n را محاسبه نموده حد الاستیک u_0 را بدست آوریم $f_0 = k u_0$
 - ۳- پاسخ u سیستم الاستیک را در T_n و نیروی نسبی $f_y = \bar{f}_y f_0$ بدست آوریم
که $\bar{f}_y < 1$
- $\Rightarrow u_m \Rightarrow \mu$

انفصال این تعداد مستدرك f_y ایتم دهه تا به المودر نظر خود را بدست آوریم.

$$u_y = \bar{f}_y u_0 \Rightarrow D_y \Rightarrow V_y \Rightarrow A_y \Rightarrow \text{کمیته خطی غیر خطی}$$

۵- کام $\bar{f}_y$ ایتم $\bar{f}_y$ را در آن است و طیف نسبی شود.

۶- کام $\bar{f}_y$ ایتم $\bar{f}_y$ را در آن است و طیف نسبی شود.

حال اگر میل به شکل زیر است و دانه به هم می‌زنند می‌توانیم A_y را از میل بخوانیم و بر

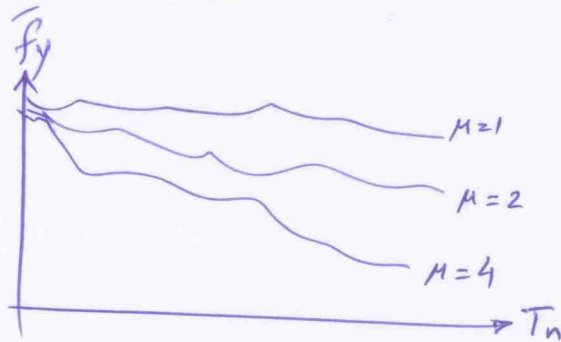
$$f_y = \text{مقدار زلزله به این محسوس شکل زیری} = \frac{A_y}{g} \omega \quad \text{و} \quad u_m = \mu \cdot u_y$$

وزن

where $u_y = \frac{f_y}{K} = \frac{A_y}{\omega_n^2}$

در زلزله به صورت طرأه شده طرأه u_m دانه به هم می‌زنند.

نکته: f_y و μ به هم ارتباط دارند و هر چه μ بزرگتر شود f_y کاهش می‌یابد (مثلاً اگر μ ضریب کم (1.5) باشد)



این می‌تواند بدان معناست که هر چه μ بزرگتر شود (مثلاً اگر μ ضریب کم (1.5) باشد) مقدار f_y و u_m کاهش می‌یابد. این به سبب افزایش μ است.

بسیار دقت کنید که شکل زیر برای سازه (1.5) به هم می‌زنند، هر چه μ بزرگتر شود مقدار f_y و u_m کاهش می‌یابد.

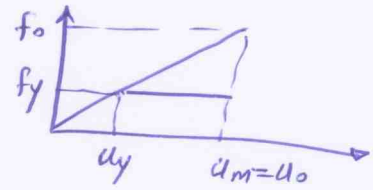
(این سازه به هم می‌زنند و به هم می‌زنند!)

اوجن نیوٹنک برابر وقت میں غبراگاسکیت، شکل میں ہیں

Long Period

Equal displacement rule

$$\bar{f}_y = \frac{f_y}{f_o} = \frac{u_y}{u_o} = \frac{u_y}{u_m} = \frac{1}{\mu}$$



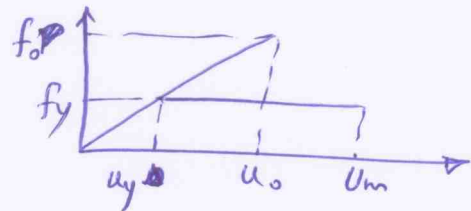
Short Period

Equal Acceleration $\Rightarrow f_y = f_o$ & $u_y = u_o$

$$\Rightarrow \bar{f}_y = 1$$

Medium Period

Equal Energy



برابر کی توانی

$$\Rightarrow \frac{1}{2} f_o u_o = \frac{1}{2} (u_m + u_m - u_y) f_y \Rightarrow f_o u_o = 2(\mu - 1) u_y f_y$$

$$\Rightarrow \frac{f_o}{f_y} = 2(\mu - 1) \frac{u_y}{u_o} \quad \Rightarrow \frac{1}{\bar{f}_y} = \frac{f_o}{f_y} = \sqrt{2(\mu - 1)} \quad \text{or} \quad \frac{u_o}{u_y} = \frac{\mu}{\sqrt{2\mu - 1}}$$

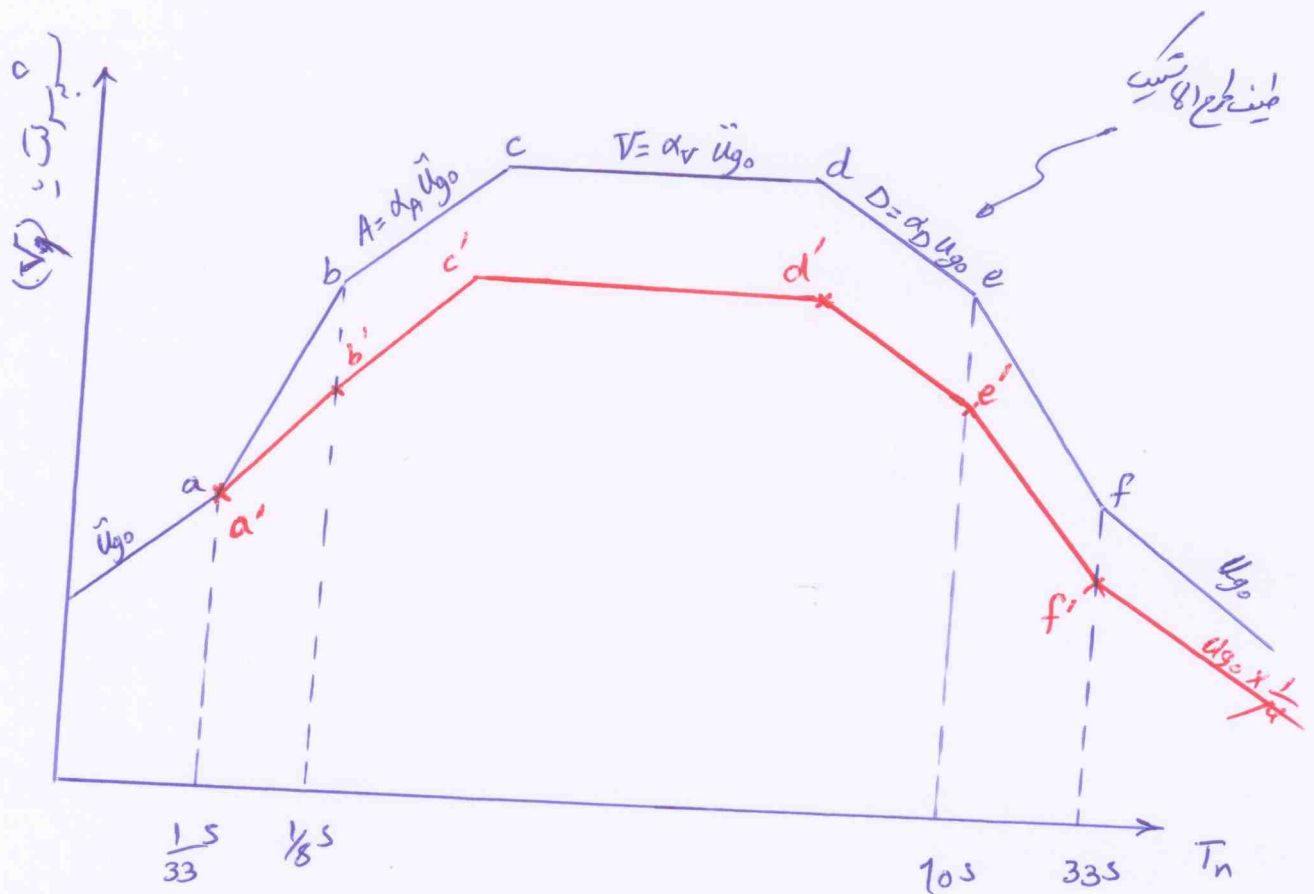
	$\bar{f}_y = \frac{f_y}{f_o} = \frac{u_y}{u_o}$	$\mu = \frac{u_m}{u_y}$	$\frac{u_m}{u_o} = \mu \bar{f}_y$
Long Period	$\frac{1}{\mu}$		
Medium Period	$\frac{1}{\sqrt{2\mu - 1}}$		
Low Period	1		

دیر

$$\frac{A_y}{\omega_n} = V_y = \omega_n D_y \rightarrow \text{دیر}$$

نوک

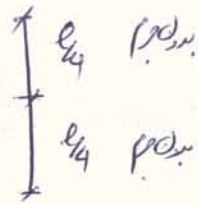
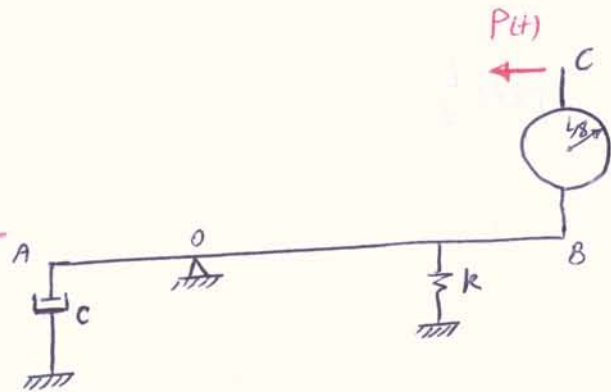
میدان ده بر این فرض طیف غیر الاستیک است که می تواند در طیف الاستیک باشد و f_y ضرب کنیم. می تواند بزرگتر باشد و در این صورت:



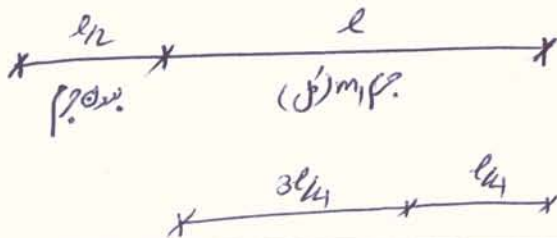
- ۱- عرض نقاط b, c در مقدار $\frac{1}{\sqrt{4\mu-1}}$ ضرب کنیم، b' و c' بدست آید.
- ۲- عرض نقاط c, d در $\frac{1}{\mu}$ ضرب کنیم، c' و d' بدست آید.
- ۳- عرض نقاط d, e در $\frac{1}{\mu}$ ضرب کنیم، d' و e' بدست آید.
- ۴- عرض نقطه f در $\frac{1}{\mu}$ ضرب کنیم، f' بدست آید. خط $\sigma_0 \times \frac{1}{4}$ را رسم کنیم.
- ۵- a' برابر a بگیریم ($f_y = 1$) ✓

* بسیاری از سازه‌ها و سیستم‌ها قابل تبدیل به سیستم SDOF هستند.

مسئله 8.1: معادلات حرکت (تبدیل غیر مستقیم)

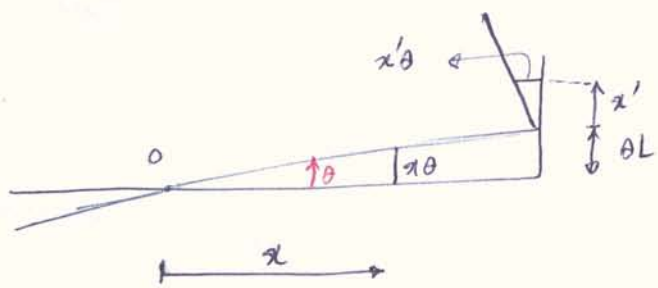


محل AB صلب است.

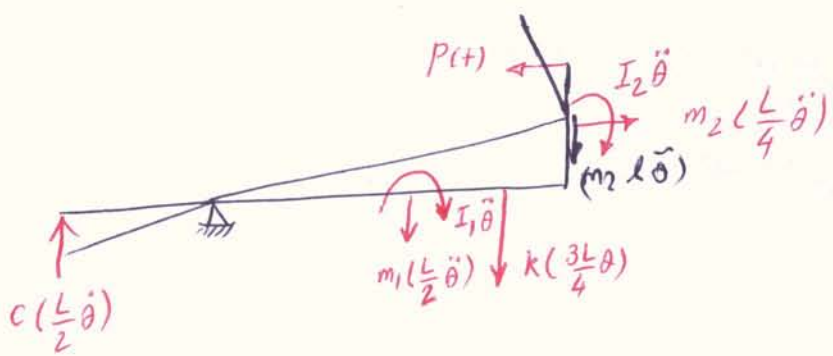


$$u(x,t) = \underbrace{\psi(x)}_x \underbrace{z(t)}_{\theta(t)}$$

حل:



کوچکترین شکل:



تقابل دینامیک:

$$\sum M_0 = 0 \Rightarrow I_1 \ddot{\theta} + (m_1 \frac{L}{2} \ddot{\theta}) \frac{L}{2} + I_2 \ddot{\theta} + (m_2 L \ddot{\theta}) L + (m_2 \frac{L}{4} \ddot{\theta}) \frac{L}{4} + (c \frac{L}{2} \dot{\theta}) \frac{L}{2} + (k \frac{3L}{4} \theta) \frac{3L}{4} = p(t) \frac{L}{2}$$

$$I_1 = \frac{m_1 L^2}{12}, \quad I_2 = m_2 \left(\frac{L}{8}\right)^2 = m_2 \frac{L^2}{128}$$

$$\left(\frac{m_1 L^2}{3} + \frac{137}{128} m_2 L^2 \right) \ddot{\theta} + \underbrace{\frac{c L^2}{4}}_{\tilde{c}} \dot{\theta} + \underbrace{\frac{9KL^2}{16}}_{\tilde{k}} \theta = \underbrace{p(t) \frac{L}{2}}_{\tilde{p}(t)}$$

$$\Rightarrow \boxed{\tilde{m} \ddot{\theta} + \tilde{c} \dot{\theta} + \tilde{k} \theta = \tilde{p}(t)}$$

$$\Rightarrow \omega_n = \sqrt{\frac{\tilde{k}}{\tilde{m}}}, \quad \xi = \frac{\tilde{c}}{2\sqrt{\tilde{k}\tilde{m}}}$$

$$\text{if } c=0, \quad p(t)=P_0 \Rightarrow Q(t) = \frac{\tilde{P}}{\tilde{k}} (1 - \cos \omega_n t) = \frac{8P_0}{9KL} (1 - \cos \omega_n t)$$

تغییر در

$$u(m,t) = x \theta(t)$$

$$u(x',t) = x' \theta(t)$$

اگر نیروی خارجی Q نیز به سیر در ریل (به نقطه B) اعمال شود، آنوقت $Q L \theta$ در خلاف جهت حرکت و ساعت اعمال می شود

$$\tilde{m} \ddot{\theta} + \tilde{c} \dot{\theta} + (\tilde{k} - QL) \theta = \tilde{p}(t)$$

نیروی محوری مثبت کاملاً صلب و هم‌فراوانی است (اغزائی می برد)

$$\text{if } \tilde{k} - QL = 0 \Rightarrow \text{نقطه صفر} \Rightarrow Q_{cr} = \frac{\tilde{k}}{L} = \frac{9KL}{16} = \text{نیروی بحرانی}$$

... $z(t)$ is the single generalized coordinate expressing the motion of the system and the symbols with asterisks represent generalized physical properties corresponding to this coordinate. In general, the values of these properties can be determined by application of either the principle of virtual work, as illustrated by the previous examples, or Hamilton's principle as illustrated in Chapter 16. However, standardized forms of these expressions can be derived easily which are very useful in practice.

Consider an arbitrary one-dimensional system, as illustrated by the example in Fig. 8-3, assumed to displace only in a single shape $\psi(x)$ with displacement

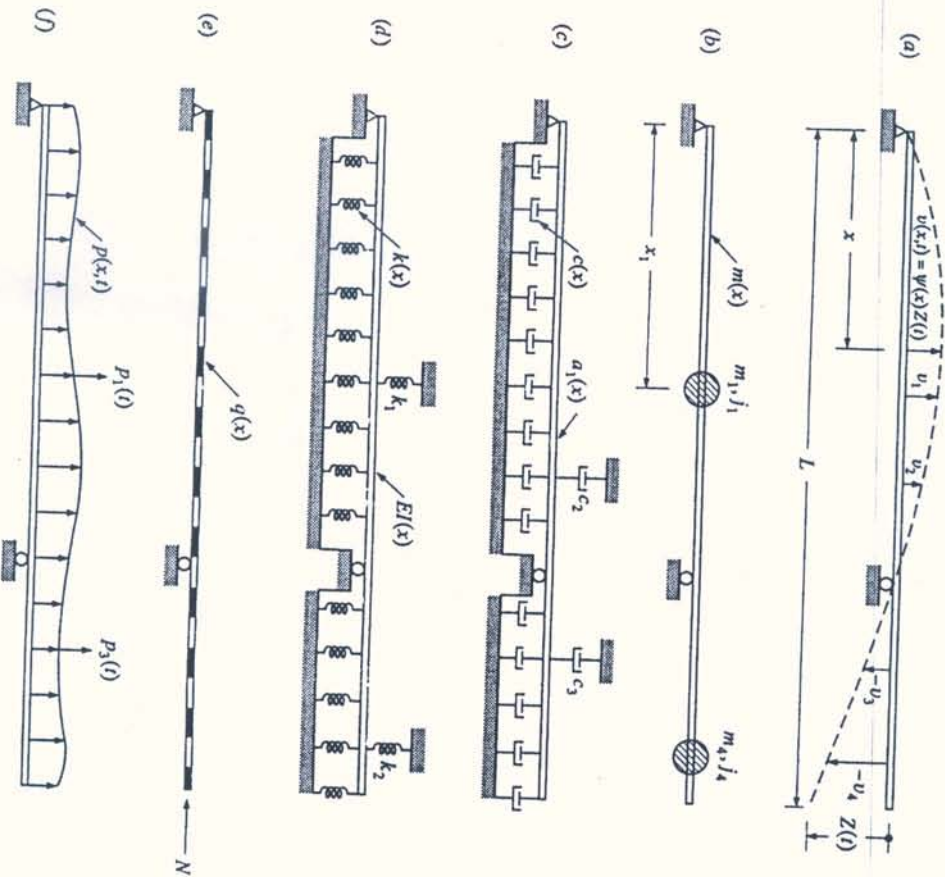


FIGURE 8-3 Properties of generalized SDOF system: (a) assumed shape; (b) mass properties; (c) damping properties; (d) elastic properties; (e) applied axial loading; (f) applied lateral loading.

expressed in terms of the generalized coordinate $Z(t)$ as given by

$$v(x, t) = \psi(x) Z(t)$$

Part of the total mass of the system is distributed in accordance with $m(x)$ and the remainder is lumped at discrete locations i ($i = 1, 2, \dots$) as denoted by m_i . External damping is provided by distributed dashpots varying in accordance with $c(x)$ and by discrete dashpots as denoted by the c_i values, and internal damping is assumed to be present in flexure as controlled by the uniaxial stress-strain relation of Eq. (8-8). The elastic properties of the system result from distributed external springs varying in accordance with $k(x)$, from discrete springs as denoted by the k_i values, and from distributed flexural stiffness given by $EI(x)$. External loadings are applied to the system in both discrete and distributed forms as indicated by the time-independent axial forces $q(x)$ and N and the time-dependent lateral forces $p(x, t)$ and $P_i(t)$. These loadings produce internal axial force and moment distributions $N(x)$ and $M(x, t)$, respectively.

Applying the procedure of virtual work to this general SDOF system in the same manner as it was applied to the previous example solutions, one obtains the following useful expressions for the contributions to the generalized properties:

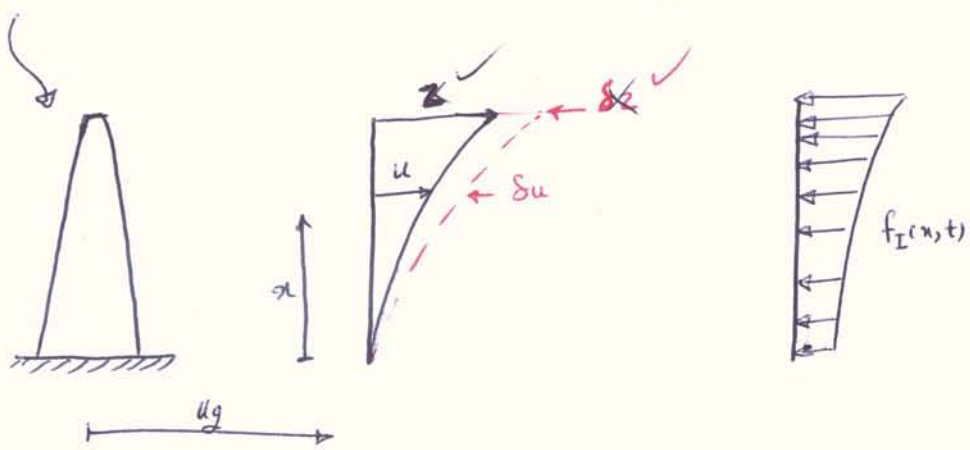
$$\begin{aligned} m^* &= \int_0^L m(x) \psi(x)^2 dx + \sum m_i \psi_i^2 + \sum j_i \dot{\psi}_i^2 \\ c^* &= \int_0^L c(x) \psi(x)^2 dx + a_1 \int_0^L EI(x) \psi''(x)^2 dx + \sum c_i \psi_i^2 \\ k^* &= \int_0^L k(x) \psi(x)^2 dx + \int_0^L EI(x) \psi''(x)^2 dx + \sum k_i \psi_i^2 \\ &\quad - \int_0^L N(x) \psi'(x)^2 dx \\ \dot{p}^*(t) &= \int_0^L p(x, t) \psi(x) dx + \sum P_i(t) \psi_i(x) + \dot{N}^*(t) \end{aligned} \quad (8-18)$$

The vectorial nature of the force and displacement quantities in the last of Eqs. (8-18) must be carefully noted. Only components of the forces in the directions of the corresponding assumed displacements can be included, and the positive sense of each force component must be assigned in accordance with the positive sense of the corresponding displacement.

The above generalized-coordinate concepts apply equally in the reduction of two-dimensional systems to a single degree of freedom. Consider, for example, the rectangular floor slab shown in Fig. 8-4 subjected to a distributed downward loading

تابع تغییر شکل عمومی (در این حالت اغلب حجم گسترده است و در صلب نیست)

در واقع باید ثابت کنیم، اگر درک دارد.



$$u^t(x,t) = u(x,t) + u_g(t) \quad (1)$$

$$u(x,t) = \psi(n) z(t) \xrightarrow[\text{مزی}]{\text{فصل 9}} \psi(0) = 0, \psi'(0) = 0$$

بجای
 $x=l \rightarrow$
 $u(l,t) = z(t)$
 و چون $\psi(l) = 1$

حالت می توانیم تابع ψ را فرض کنیم، برای مثال تغییر شکل $1 \rightarrow$ بصورت زیر است:

$$u(n) = (3Lx^2 - x^3) / 6EI$$

چون حرکت داریم از خود و لوله می کشیم

$$\psi(n) = \frac{u(n)}{u(L)} = \frac{3x^2}{2L^2} - \frac{x^3}{2L^3}$$

$$u(n) = \psi(n) z$$

باید در نظر

نمی توانیم استفاده کرد. فقط دانه می توانیم تابع ψ

$$\psi(n) = 1 - \cos \frac{\pi x}{2L}$$

$$\psi(n) = \frac{x^2}{L^2}$$

* نکته: می توان از تابع دیگر استفاده کرد

در صورت ضرورت الزامی نیست.

$$f_I(x,t) = -m(n) \ddot{u}^t(x,t) \xrightarrow{(1)} f_I(x,t) = -m(n) [\ddot{u}(x,t) + \ddot{u}_g(t)] \quad (2)$$

اصل تغییرهای خارجی $\Rightarrow$ اصل تغییرهای داخلی $\Rightarrow$ اگر سیستم در حالت تعادل باشد، تغییرات $\delta u(n)$ قرار گیرد، بارهای خارجی δW_E برابر بارهای داخلی δW_I می باشد

$$\Rightarrow \delta W_E = \int_0^l f_I(n,t) \delta u(n) dx \stackrel{(2)}{=} - \int_0^l m(n) \ddot{u}(n,t) \delta u(n) dx - \ddot{u}_g(t) \int_0^l m(n) \delta u(n) dx$$

83

$$\left. \begin{aligned} \delta W_I &= \int_0^l \underbrace{M(n,t)}_{\text{جهد انحناء}} \underbrace{\delta K(n)}_{\text{تغییر در انحراف}} dn \\ M(n,t) &= EI(n) \ddot{u}(n,t) \\ \delta K(n) &= \delta [u''(n)] \end{aligned} \right\} \Rightarrow \delta W_I = \int_0^l EI(n) \ddot{u}(n,t) \delta [u''(n)] dn$$

تغییر در انحراف و تغییر در جهد انحناء

$$\Rightarrow \begin{cases} \ddot{u}(n,t) = \psi''(n) \ddot{z}(t) \\ \ddot{u}(n,t) = \psi(n) \ddot{z}(t) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \delta u(n) = \psi(n) \delta z \\ \delta [u''(n)] = \psi''(n) \delta z \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \delta W_E = -\delta z \left[\ddot{z} \int_0^l m(n) [\psi(n)]^2 dn + \ddot{u}_g(t) \int_0^l m(n) \psi(n) dn \right] \\ \delta W_I = \delta z \left[z \int_0^l EI(n) [\psi''(n)]^2 dn \right] \end{cases}$$

مبدأ کمترین عمل

$$\delta W_E = \delta W_I \Rightarrow \delta z \left[\tilde{m} \ddot{z} + \tilde{k} z + \tilde{L} \ddot{u}_g(t) \right] = 0 \xrightarrow{\delta z \neq 0} \boxed{\tilde{m} \ddot{z} + \tilde{k} z + \tilde{L} \ddot{u}_g(t) = 0}$$

که در آن

$$\tilde{m} = \int_0^l m(n) [\psi(n)]^2 dn$$

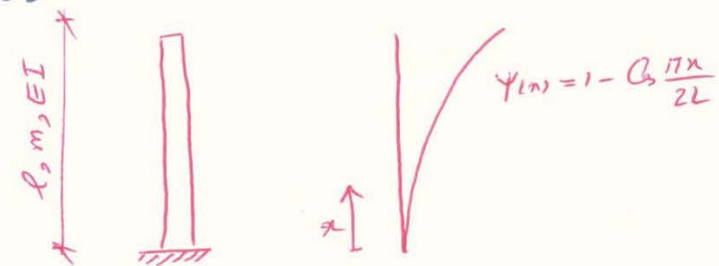
$$\tilde{k} = \int_0^l EI(n) [\psi''(n)]^2 dn$$

$$\tilde{L} = \int_0^l m(n) \psi(n) dn$$

$$\Rightarrow \ddot{z} + \omega_n^2 z = -\tilde{\Gamma} \ddot{u}_g(t) \quad \text{where} \quad \tilde{\Gamma} = \frac{\tilde{L}}{\tilde{m}}$$

$$\omega_n^2 = \frac{\tilde{k}}{\tilde{m}} = \frac{\int_0^l EI(n) [\psi''(n)]^2 dn}{\int_0^l m(n) [\psi(n)]^2 dn}$$

حجم ψ در بین ω_n در بین ψ که خواص دارد.



مسئله: با فرض تابع شکل $\psi(x) = 1 - C_3 \frac{\pi x}{2L}$

با حرکت سیستم و حرکت حرکت ارتعاش زمین را به حساب آورده

و فرکانس طبیعی آن را تعیین کنید.

$$\tilde{m} = m \int_0^L \left(1 - C_3 \frac{\pi x}{2L}\right)^2 dx = 0.227 mL$$

$$\tilde{k} = EI \int_0^L \left(\frac{\pi^2}{4L^2}\right)^2 C_3^2 \frac{\pi x}{2L} dx = 3.04 \frac{EI}{L^3}$$

$$\tilde{L} = m \int_0^L \left(1 - C_3 \frac{\pi x}{2L}\right) dx = 0.363 mL$$

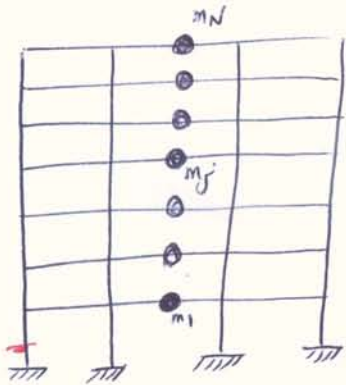
$$\omega_n = \sqrt{\frac{\tilde{k}}{\tilde{m}}} = \frac{3.66}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{m}}$$

در صورت ω در هر تابع و در صورت ω در هر

درمورد \$N\$

قابهای پیوسته

قاب در برش توسط درون قاب طبقه بندی می باشد



$$u_j(t) = \psi_j z(t), \quad j=1, 2, \dots, N$$

$$u_j^t(t) = u_j(t) + u_g(t)$$

به دنبال تغییرات در قاب

$$\tilde{m} \ddot{z} + \tilde{k} z = -\tilde{L} \ddot{u}_g(t)$$

$$\tilde{m} = \sum_{j=1}^N m_j \psi_j^2$$

$$\tilde{k} = \sum_{j=1}^N k_j (\psi_j - \psi_{j-1})^2$$

$$\sum_{\text{ستونهای قاب}} \frac{12EI}{R^3}$$

$$\tilde{L} = \sum_{j=1}^N m_j \psi_j$$

در رابطه قبلی را می توان به صورت ماتریس نوشت

$$\underline{\underline{m}} = \begin{bmatrix} m_1 & & \\ & m_2 & \\ & & \ddots \\ & & & m_N \end{bmatrix}, \quad \underline{\underline{\psi}} = \begin{bmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \vdots \\ \psi_N \end{bmatrix}$$

$$\tilde{m} = \underline{\underline{\psi}}^T \underline{\underline{m}} \underline{\underline{\psi}}, \quad \tilde{k} = \underline{\underline{\psi}}^T \underline{\underline{k}} \underline{\underline{\psi}}, \quad \tilde{L} = \underline{\underline{\psi}}^T \underline{\underline{m}} \underline{\underline{1}}$$

بردار

نکته: اگر ساختمان به یک سیستم می توان از رابطه ماتریس فوق استفاده کرد.

$$\omega_n^2 = \frac{\tilde{k}}{\tilde{m}} = \frac{\sum_{j=1}^N k_j (\psi_j - \psi_{j-1})^2}{\sum_{j=1}^N m_j \psi_j^2} = \frac{\underline{\underline{\psi}}^T \underline{\underline{k}} \underline{\underline{\psi}}}{\underline{\underline{\psi}}^T \underline{\underline{m}} \underline{\underline{\psi}}}$$

$$\ddot{z} + \omega_n^2 z = -\tilde{F} \ddot{y}_g(t)$$

$$\text{where } \tilde{F} = \frac{\tilde{L}}{m}$$

نمودار دینامیک و بزرگ

$$u_{j0} = \psi_j z_0 = \psi_j \tilde{F} D$$

$$j = 1, 2, \dots, N$$

با استفاده از ضرایب طرح:

$$f_{j0} = \tilde{F} m_j \psi_j A$$

$$j = 1, 2, \dots, N$$

$$V_{i0} = \sum_{j=i}^N f_{j0}$$

$$M_{i0} = \sum_{j=i}^N (h_j - h_i) f_{j0}$$

$$h_i =$$

ارتفاع از پایه زمین

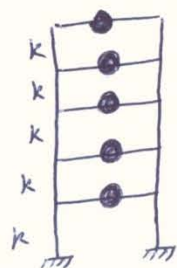
$$T_{b0} = \sum_{j=1}^N f_{j0}$$

$$M_{b0} = \sum_{j=1}^N h_j f_{j0}$$

مسال 8.5

مسال 8.6 ل مطالعه کنید.

لرزش خنثی بدون دربار



$$\tilde{m} = \sum_{j=1}^5 m_j \psi_j^2 = m \frac{1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2}{5^2} = \frac{11}{5} m$$

$$\tilde{k} = \sum_{j=1}^5 k_j (\psi_j - \psi_{j-1})^2 = k \frac{1^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2}{5^2} = \frac{k}{5}$$

$$\tilde{L} = \sum_{j=1}^5 m_j \psi_j = m \frac{1+2+3+4+5}{5} = 3m$$

$$\tilde{m} = \frac{15}{11} \Rightarrow \ddot{z} + \omega_n^2 z = -\frac{15}{11} \ddot{u}_g(t)$$

که 2 تغییرات جانبی در زمان می باشد (مثلاً $\psi_j = 1$)

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k/5}{11m/5}} = 0.302 \sqrt{\frac{k}{m}}$$

مقدار ω_n در حدود ۶ دهه بزرگتر از مقدار دین است.

Rayleigh's Method, 1873

روش رالی

این روش برای به دست آوردن فرکانس و می توانست به کار رود

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K_m}{m}}$$

۱- سیستم جرم و فنر

$$\omega_n^2 = \frac{\int_0^l EI(m) [\psi''(m)]^2 dx}{\int_0^l m(x) [\psi(x)]^2 dx}$$

۲- سیستم با قابلیت جرم گسترده

$$\omega_n^2 = \frac{\sum_{j=1}^N k_j (\psi_j - \psi_{j-1})^2}{\sum_{j=1}^N m_j \psi_j^2} = \frac{\underline{\psi}^T \underline{K} \underline{\psi}}{\underline{\psi}^T \underline{m} \underline{\psi}}$$

۳- سیستم با جرم متمرکز (قاب پذیر)

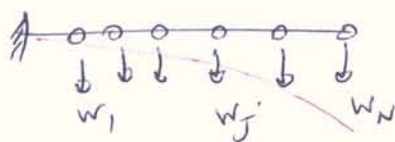
اصطلاح به آن خارج قسمت رالی می گویند

* فرکانس تقریبی حاصل از روش رالی (با ψ فرضی همواره نزدیکتر از فرکانس طبیعی (کوچکترین فرکانس ارتعاشی) است)

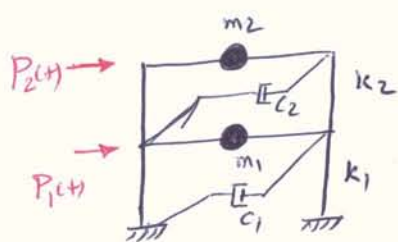
* خارج قسمت رالی (همی دهمیت انتی-سیمتریک ψ نامناسب) تخمین بسیار خوبی از فرکانس ارتعاشی مدیت می دهد

آنتی-
* تابع ψ ، دقت روش را مشخص میکند

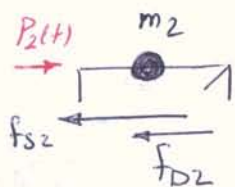
کینه آنتی-سیمتریک تغییر شکل با زاویه کم نزدیک به صفر است جایی که در درازا می شود است



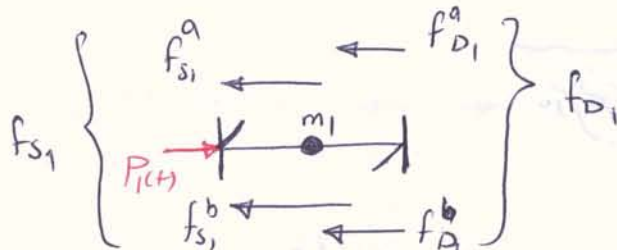
از قایم بر روی دو صفت شروع می کنیم
 } از تغییر شکل محوری و تغییر طول صفت می گیریم
 } از آن تغییر شکل محوری و تغییر طول صفت می گیریم



تغییر طول صفت می گیریم لازم به توانیم صفت تغییر شکل یافته جرم ها
 نسبت به صفت اولیه در آن تعداد درجه آزادی (رنگی) نامیده می شود.



$$m_2 \ddot{u}_2 + f_{D2} + f_{S2} = P_2(t)$$



$$m_2 \ddot{u}_2 + f_{D2} + f_{S2} = P_2(t)$$

نویسنده موارد زیر را رنگی

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \end{bmatrix} + \begin{Bmatrix} f_{D1} \\ f_{D2} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} f_{S1} \\ f_{S2} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_1(t) \\ P_2(t) \end{Bmatrix}$$

or

$$\boxed{m \ddot{u} + f_D + f_S = P(t)}$$

تغییرات به مبدا نرم

$$V_j = k_j \Delta_j \rightarrow u_j - u_{j-1} =$$

کمیته اولی

مبدا نرم

مبدا نرم

مبدا نرم

$$f_{s2} = k_2(u_2 - u_1)$$

$$\Rightarrow f_{s1}^a = -f_{s2} = k_2(u_1 - u_2)$$

$$\Rightarrow f_{s1} = f_{s1}^b + f_{s1}^a = k_1 u_1 + k_2(u_1 - u_2)$$

مبدا نرم

مبدا نرم

$$\Rightarrow \begin{Bmatrix} f_{s1} \\ f_{s2} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix}$$

از عملیات بر سر معادلات حاصل است

مبدا نرم

$$V_j = c_j \dot{\Delta}_j$$

مبدا نرم

$$\Rightarrow f_{D2} = c_2(\dot{u}_2 - \dot{u}_1)$$

$$\Rightarrow f_{D1} = c_1 \dot{u}_1 + c_2(\dot{u}_1 - \dot{u}_2)$$

$$\Rightarrow \begin{Bmatrix} f_{D1} \\ f_{D2} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 \\ -c_2 & c_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_1 \\ \dot{u}_2 \end{Bmatrix}$$

مبدا نرم

$$\Rightarrow \underline{m} \ddot{\underline{u}} + \underline{c} \dot{\underline{u}} + \underline{k} \underline{u} = \underline{P}(t) \rightarrow$$

معادله دیفرانسیل حرکت است

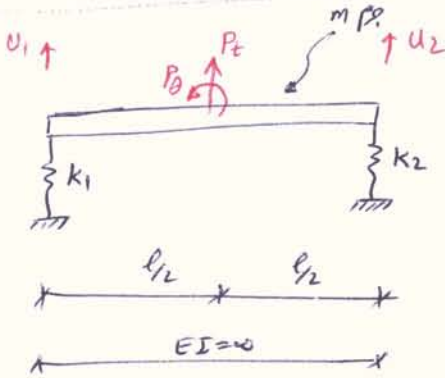
در صورتی که معادله حرکت در دو درجه آزادی باشد

So it is a Coupled Equation.

برای ماتریس n طبقه

$$k = \begin{bmatrix} k_1+k_2 & -k_2 & 0 & 0 \\ & k_2+k_3 & -k_3 & \\ & & k_3+k_4 & -k_4 \\ & & & \ddots \\ & & & & k_{n-1}+k_n & -k_n \\ & & & & & k_n \end{bmatrix}$$

Ex. 9.2

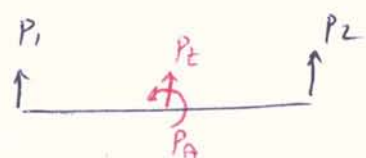


معادله حرکت سازد و در این بارها بارهای ثابتی باشد.

سکات ۱- تعیین درجات آزادی نسبی:

محرکات: این دو حرکت جسم را نسبت به یکدیگر مشخص نموده.

سکات ۲- نیروها به جهت درجه آزادی نسبی اعمال شوند:



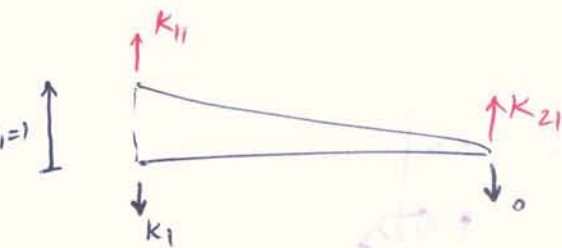
$$\begin{cases} P_1 + P_2 = P_0 \\ P_2 l = P_0 l/2 + P_0 l/2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P_1 = P_0/2 - P_0/2 \\ P_2 = P_0/2 + P_0/2 \end{cases}$$

سکات ۳: تعیین درجه نسبی

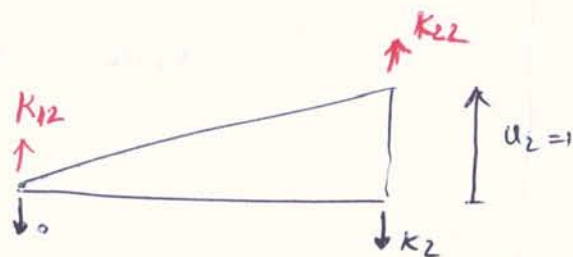
از شکل بارهای ثابتی که

$K_{ij} =$ ضریب درجه آزادی نسبی بارهای ثابتی که در هر یک از درجه آزادی نسبی باشند.

$$K = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix}$$



$$u_1 = 1, u_2 = 0$$



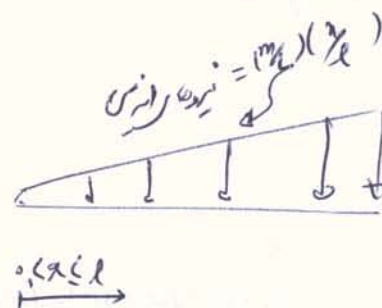
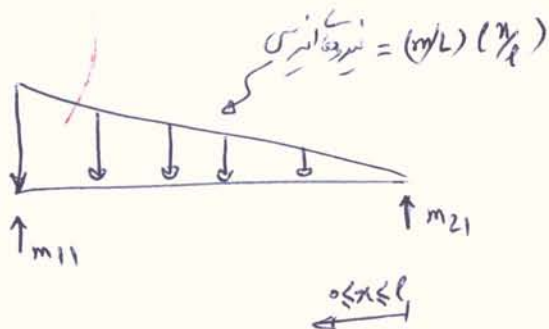
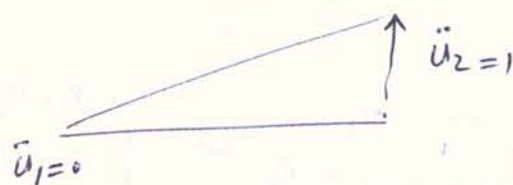
$$u_1 = 0, u_2 = 1$$

$$\Rightarrow K = \begin{bmatrix} K_1 & 0 \\ 0 & K_2 \end{bmatrix}$$

سؤال ۳ - تعیین مقدار ضرایب

حاصل شده از روش گالری در اینجا داریم:

تعیین ضرایب گالری را می توان به روش دیگری نیز انجام داد. در اینجا روش گالری را به روش دیگر بیان می کنیم.



$$m_{22} = m/3$$

$$m_{12} = m/6$$

$$m_{11} = m/3$$

$$m_{21} = m/6$$

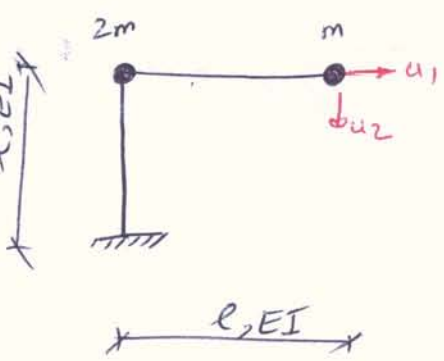
$$m\ddot{u} + ku = P(t)$$

$$\Rightarrow \frac{m}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 & 0 \\ 0 & k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{t/2} - \frac{P_0}{\ell} \\ P_{t/2} + \frac{P_0}{\ell} \end{bmatrix}$$

the equation of motion is coupled!

- مثال
- 9.3 مطالعه شود
 - 9.4
 - 9.5

Ex. 9.6



معادله حرکتی را برای این سیستم بنویسید. (از تغییر شکل‌های درونی و درونی فرض شده است) و ثابت به وزن هم فرض می‌گردد

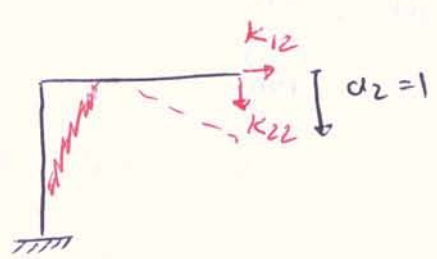
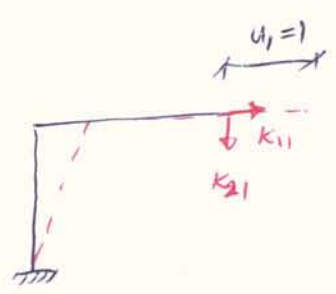
تعیین ماتریس

$$2m + m = 3m$$

یک درجه آزادی داریم (چون سازه یک درجه آزادی دارد) و به سازه داریم $\ddot{u}_2 = 1$

$$m : \ddot{u}_2 = 1$$

$$m = \begin{bmatrix} 3m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix}$$



تعیین ماتریس

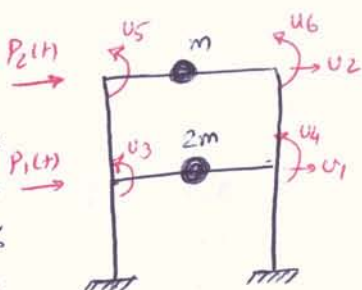
$$k = \frac{6EI}{7\ell^3} \begin{bmatrix} 8 & -3 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$$

برای به دست آوردن این معادله را به صورت زیر می‌نویسند:

$$\begin{bmatrix} 3m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \end{Bmatrix} + \frac{6EI}{7l^3} \begin{bmatrix} 8 & -3 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Ex. 9.7.

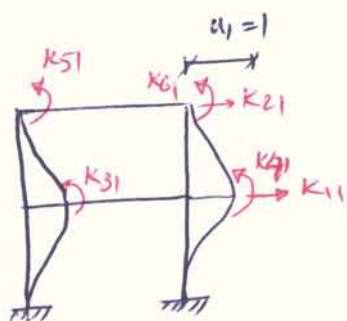
لذا تغییرات محاسبه می‌شود و فقط از این



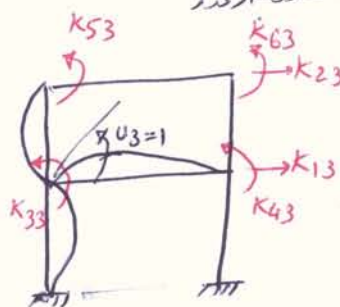
$$\left. \begin{array}{l} \text{برای هر یک از} \\ \text{ستون} \end{array} \right\} EI$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{برای هر یک از} \\ \text{ستون} \end{array} \right\} 2EI$$

$$x \quad 2h \quad x$$



or



در هر یک از ستون
در هر یک از ستون

در واقع 3 بار باید عمل شود تا به هر یک از اینها رسید

$$k = \frac{EI}{h^3} \begin{bmatrix} 72 & -24 & 6h & 6h & -6h & -6h \\ & 24 & 6h & 6h & 6h & 6h \\ & & 16h^2 & 2h^2 & 2h^2 & 0 \\ & & & 16h^2 & 0 & 2h^2 \\ & & & & 6h^2 & h^2 \\ & & & & & h^2 & 6h^2 \end{bmatrix}$$

Sym

این تغییرات شکل را فقط با دو بار می‌توانیم (حالا به نظر می‌رسد) - اما به نظر می‌رسد که این تغییرات باقی می‌ماند.

$$m = m \begin{bmatrix} 2 & & & & \\ & 1 & & & \\ & & 0 & & \\ & & & 0 & \\ & & & & 0 \end{bmatrix}$$

$$u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \\ u_5 \\ u_6 \end{bmatrix}$$

$$m\ddot{u} + ku = p(t)$$

معادله حرکتی در زیر است:

- با فرض معادله در زیر هستند
- درجه بندی در معادله جرم می شود و عدد دارد!

Static Condensation تکامل استاتیکی

معمولاً در سیستم‌های غیر پویا، درجه‌های آزادی مربوط به جرم نادیده گرفته می‌شوند و فقط درجه‌های آزادی مربوط به جرم در نظر گرفته می‌شوند.

حال اگر در این حالت حرکت دینامیکی نداشته باشیم (مثلاً زلزله)، آنوقت می‌توانیم از تکامل استاتیکی استفاده کنیم.

نمی‌توانیم از آن (دینامیکی) استفاده کنیم

$$\begin{bmatrix} m_{tt} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{u}_t \\ \ddot{u}_o \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{tt} & k_{to} \\ k_{ot} & k_{oo} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_t \\ u_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_t(t) \\ 0 \end{bmatrix}$$

درجه‌های آزادی مربوط به جرم (تکامل استاتیکی)

$$\Rightarrow \begin{cases} m_{tt} \ddot{u}_t + k_{tt} u_t + k_{to} u_o = P_t(t) \\ k_{ot} u_t + k_{oo} u_o = 0 \end{cases} \Rightarrow u_o = -k_{oo}^{-1} k_{ot} u_t$$

$$m_{tt} \ddot{u}_t + (k_{tt} - k_{ot}^T k_{oo}^{-1} k_{ot}) u_t = P_t(t)$$

$\hat{k}_{tt}$

$$\Rightarrow \boxed{m_{tt} \ddot{u}_t + \hat{k}_{tt} u_t = P_t(t)}$$

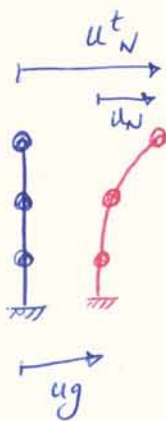
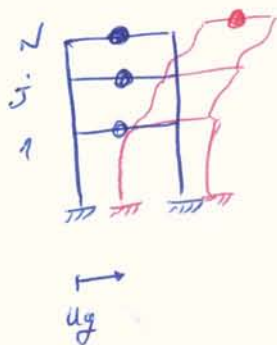
حل

$u_t(t)$

برای به دست آوردن

$u_o(t)$ برای به دست آوردن

مثال 9.8 و 9.9 در کتاب



$$\text{برابر می باشد} \Rightarrow u_j^t = u_j(t) + u_g(t) \xrightarrow{\text{P.Nor.}} u_{j+1}^t = u_j(t) + u_g(t) \quad 1$$

برادر علی باقر سید N
(ده گامی بخدا سران
و الله هو یابین)

المعادلة ⇒ $f_I + f_D + f_s = 0 \Rightarrow m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = -m_1 \ddot{u}_g(t)$

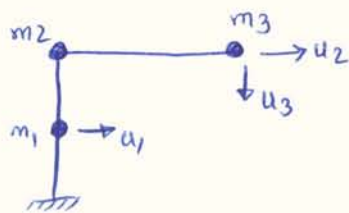
* N معادله ذیل میں لکھیں
 باربر محاسب (1) انزل ۱۰۰ و سہ ۱۰۰

* قاری از کرامت الہیہ بہت اکبر و تعالیٰ رب العالمین عالم و دوزخ را حذف نمود.

* بی نیرانتہ کہ زلزلہ مِل تحریکِ فنیہی (4) و تَ n - در درجہ اِکس می بستر (خ)

$$\Rightarrow P_{\text{eff}}(t) = -m_1 \ddot{u}_g(t)$$

معادله و مقایسه هم درجه آزادی در انتگرال حرکت و معادله نیوتن



$$m = \begin{bmatrix} m_1 & & \\ & m_2 + m_3 & \\ & & m_3 \end{bmatrix}$$

معادله حرکت از معادله نیوتن

$$m \ddot{u}^t = m (\ddot{u} + \ddot{u}_g) = \begin{bmatrix} m_1 & & \\ & m_2 + m_3 & \\ & & m_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{u}_1 + \ddot{u}_g \\ \ddot{u}_2 + \ddot{u}_g \\ \ddot{u}_3 + 0 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow P_{eff} = \begin{bmatrix} m_1 & & \\ & m_2 + m_3 & \\ & & m_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\ddot{u}_g \\ -\ddot{u}_g \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_1 & & \\ & m_2 + m_3 & \\ & & m_3 \end{bmatrix} (-\ddot{u}_g) \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

بردار مؤثر - بزرگترین درجه آزادی در حرکت زلزله نیست، هر دو درجه آزادی را باید ملاحظه کرد.

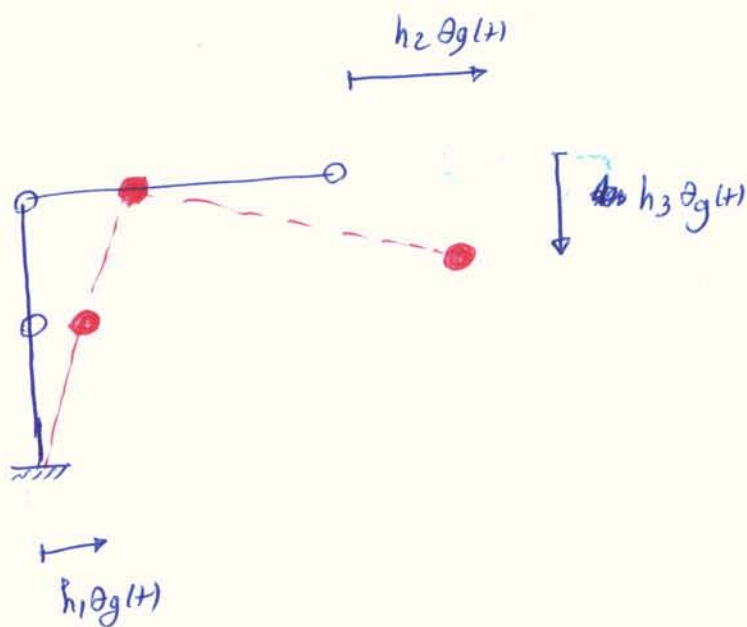
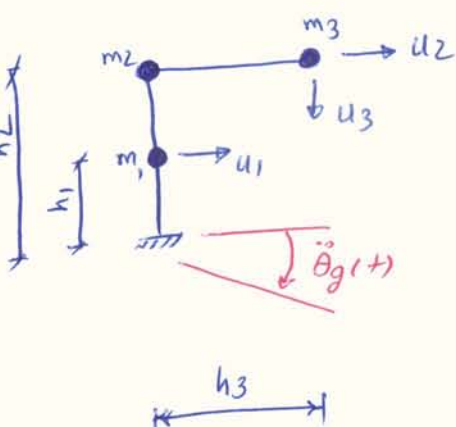
$$= \begin{bmatrix} -m_1 \ddot{u}_g(t) \\ -(m_2 + m_3) \ddot{u}_g(t) \\ 0 \end{bmatrix}$$

$m_{12} = 0$ = میرود 1 به اندازه 2 دافعه

در معادله هم درجه آزادی یکبار آمده است.

* حرکت دور از زمین

- معادله حرکت دور از زمین انداز و کثرت را نمی‌نماید



معادله حرکت دور از زمین

$$= \underline{\underline{m}} \underline{\underline{\ddot{u}}}^t = \begin{bmatrix} m_1 & & \\ & m_2+m_3 & \\ & & m_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{u}_1 + h_1 \ddot{\theta}_g(t) \\ \ddot{u}_2 + h_2 \ddot{\theta}_g(t) \\ \ddot{u}_3 + h_3 \ddot{\theta}_g(t) \end{bmatrix}$$

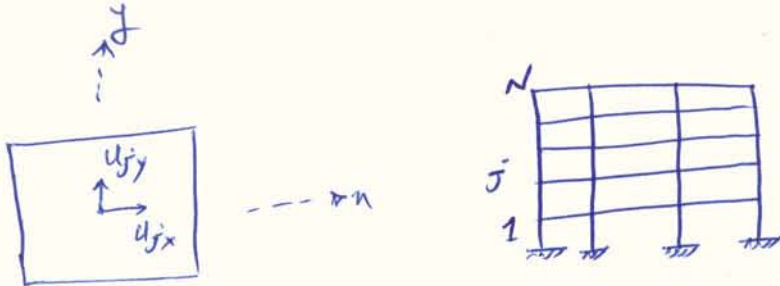
که نسبت تغییر شکل را می‌نماید

به علت دور از زمین (بازه مطلب شد)

$$\Rightarrow P_{eff} = \begin{bmatrix} m_1 & & \\ & m_2+m_3 & \\ & & m_3 \end{bmatrix} [-\ddot{\theta}_g(t)] \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -m_1 h_1 \ddot{\theta}_g(t) \\ -(m_2+m_3) h_2 \ddot{\theta}_g(t) \\ -m_3 h_3 \ddot{\theta}_g(t) \end{bmatrix}$$

ساختارهای متمرکز در پیکان - حرکت انتقالی زمین

ساختار N طبقه دارا کف ها صلب و متناوب در پیکان



* می توان ساختار را به تعداد یک عدد تبدیل کرد.

مثلاً: اگر قاب نامرکب باشد $\rightarrow$

$$f_{si} = k_{xi} u_{xi}$$

که نیروهای جانبی است

تغییرات جانبی

چون سقف صلب است، تغییرات جانبی در تمام طبقات یکسان است.

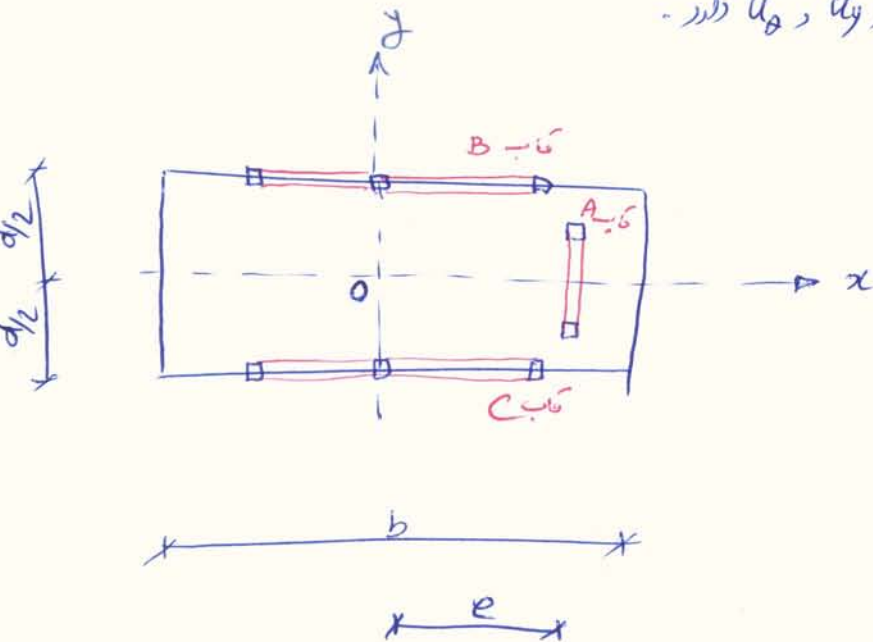
$$u_{xi} = u_x$$

$$\Rightarrow \begin{cases} f_{s1} = k_{x1} u_x \\ f_{s2} = k_{x2} u_x \\ \vdots \\ f_{sN} = k_{xN} u_x \end{cases} \Rightarrow \sum f_{si} = \sum k_{xi} u_x \Rightarrow \boxed{f_s = k_x u_x}$$

تغییرات جانبی در تمام طبقات

نیروهای جانبی در تمام طبقات یکسان است

* در این حالت اگر حرکت را در دو جهت x و y در نظر بگیریم، در دو جهت x و y در نظر بگیریم.
 * منحنی یک سیستم در x و y در نظر بگیریم.



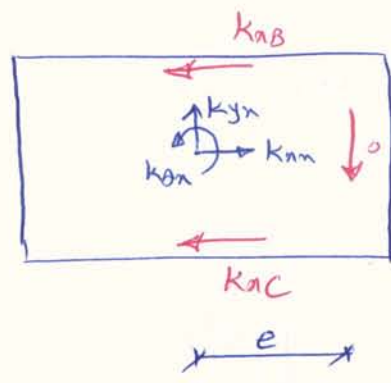
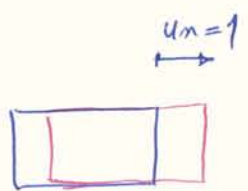
$$\begin{bmatrix} f_{sx} \\ f_{sy} \\ f_{s\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xy} & k_{x\theta} \\ k_{yx} & k_{yy} & k_{y\theta} \\ k_{\theta x} & k_{\theta y} & k_{\theta\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_\theta \end{bmatrix} \quad \text{و} \quad \underline{f_s} = \underline{k} \underline{u}$$

فرض کنید که k_{xc} ، k_{xb} ، k_y برابر باشند.

$$\begin{cases} f_{sA} = k_y u_A \\ f_{sB} = k_{xb} u_B \\ f_{sC} = k_{xc} u_C \end{cases}$$

بدون استفاده از روش ماتریس
قابل حصول است.

a) $u_x = 1, u_y = 0, u_\theta = 0$



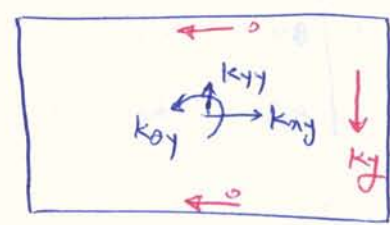
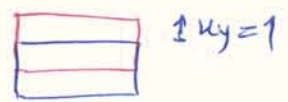
~~دو~~ $\Rightarrow$

$$K_{xx} = K_{AB} + K_{AC}$$

$$K_{yx} = 0$$

$$K_{\theta x} = \frac{d}{2} (K_{AC} - K_{AB})$$

b) $u_x = 0, u_y = 1, u_\theta = 0$

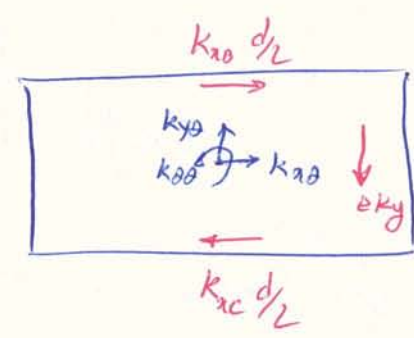
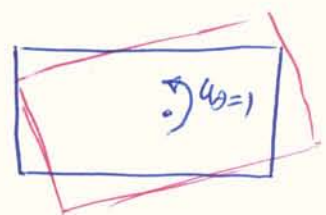


$$K_{xy} = 0$$

$$K_{yy} = K_y$$

$$K_{\theta y} = e K_y$$

c) $u_x = u_y = 0, u_\theta = 1$



$$K_{x\theta} = \frac{d}{2} (K_{AC} - K_{AB})$$

$$K_{y\theta} = e K_y$$

$$K_{\theta\theta} = e^2 K_y + \left(\frac{d^2}{4}\right) (K_{AB} + K_{AC})$$

$$\Rightarrow K = \begin{bmatrix} K_{NB} + K_{NC} & 0 & \frac{d}{2}(K_{NC} - K_{NB}) \\ 0 & k_y & ek_y \\ \frac{d}{2}(K_{NC} - K_{NB}) & ek_y & e^2 k_y + \frac{d^2}{4}(K_{NB} + K_{NC}) \end{bmatrix}$$

$$\underline{f_I} = \begin{Bmatrix} f_{Ix} \\ f_{Iy} \\ f_{I\theta} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} m & & \\ & m & \\ & & I_0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_n^t \\ \ddot{\sigma}_y^t \\ \ddot{u}_\theta^t \end{Bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} m & & \\ & m & \\ & & I_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{u}_x \\ \ddot{u}_y \\ \ddot{u}_\theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{xx} & 0 & K_{x\theta} \\ 0 & K_{yy} & K_{y\theta} \\ K_{\theta x} & K_{\theta y} & K_{\theta\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_\theta \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} m \ddot{u}_{gx}(t) \\ m \ddot{u}_{gy}(t) \\ I_0 \ddot{u}_{g\theta}(t) \end{bmatrix}$$

نقشه: اگر فضا یکی از محیط‌ها را داشته باشیم، مثلاً دایره یا مربع، محدوده دنیای من را در رسم می‌نویسم. هر چه می‌خواهم

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{u}_x \\ \ddot{u}_y \\ \ddot{u}_\theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2k_n & 0 & 0 \\ 0 & k_y & 0 \\ 0 & 0 & \frac{d^2}{2} k_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_\theta \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} m \ddot{u}_{gx}(t) \\ m \ddot{u}_{gy}(t) \\ I_o \ddot{u}_{g\theta}(t) \end{bmatrix} \quad (e=0) : \text{مركز ثقل} \quad (K_B = K_C)$$

جالبه نیست که سه ساله غیر حسیه حکیمه، نوری شکل از دکتریز . نوری اند :

۱۔ حرکت از نیہ بدلتہ اور نقطہ بالکینیز چون در وقت سرخی بر در کہ از اصل بخار در ذرات اول بدست می آید .

$$x \sim y \iff x \sim z \wedge z \sim y$$

۳۔ سید محمد بن علی شمس المصطفیٰ فیہ السلام مکرانندہ حرکت دورانی زمینہ حشر کردد.

معادله ارتعاش آزاد سیستم MDOF بصورت ذیل است :

$$m\ddot{u} + ku = 0$$

$$u = u(0) \\ \dot{u} = \dot{u}(0)$$



تایید نمود
تایید نمود

$$u(t) = q_n(t) \phi_n$$

$$q_n(t) = A_n \cos \omega_n t + B_n \sin \omega_n t$$

$$\Rightarrow u(t) = \phi_n (A_n \cos \omega_n t + B_n \sin \omega_n t)$$

$$\Rightarrow \begin{aligned} & \text{با جایگزینی در معادله ارتعاش} \\ & \text{حرکت معادله} \Rightarrow [-\omega_n^2 m \phi_n + k \phi_n] q_n(t) = 0 \end{aligned} \quad \begin{aligned} & q_n(t) \neq 0 \\ & \Rightarrow u(t) = 0 \text{ در همه جا} \\ & \text{بسیار است، نمی آید از این صورت} \end{aligned}$$

Matrix eigenvalue Problem
مسئله مقدار ویژه ماتریس

$$k \phi_n = \omega_n^2 m \phi_n$$

k و m مقادیر هستند و ω_n^2 و ϕ_n مجهول هستند.
انبار برقرار

$$\Rightarrow [k - \omega_n^2 m] \phi_n = 0$$

N معادله داریم است

این N معادله را باید جواب داد و در نهایت فرایض معادله.

$\Rightarrow \det \left[\underline{\underline{K}} - \omega_n^2 \underline{\underline{m}} \right] = 0 \quad \Rightarrow$ ω_n^2 N مرتب N مرتب N مرتب

موارد متغیة (فراوانی)

$\Rightarrow$ لہذا یہ حقیقتیں برابر n^2 دلا رہی ہیں۔
وضاحت

$\Rightarrow$

ω_1	$\rightarrow$	T_1	$\rightarrow$	ϕ_1
$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$
ω_n	$\rightarrow$	T_n	$\rightarrow$	ϕ_n

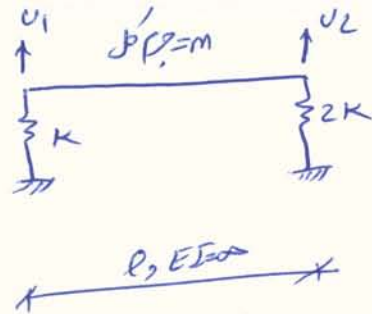
حول m و k متساوی وقت میں

(کرنه کر کم است که ایام نوره باشد، m متب منته خا هر)

فہرست مضامین

بصورتی که در این کتاب آمده است

Ex 10.1



$$\underline{m} = \frac{m}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad \underline{k} = k \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \underline{k} - m \omega_n^2 \underline{m} = \begin{bmatrix} k - \frac{m \omega_n^2}{3} & -m \omega_n^2 / 6 \\ -m \omega_n^2 / 6 & 2k - \frac{m \omega_n^2}{3} \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \det[\underline{k} - \omega_n^2 \underline{m}] = 0 \Rightarrow m^2 \omega_n^4 - 12km \omega_n^2 + 24k^2 = 0 \Rightarrow \omega_1^2 = 2.536 \frac{k}{m}$$

$$\omega_2^2 = 9.464 \frac{k}{m}$$

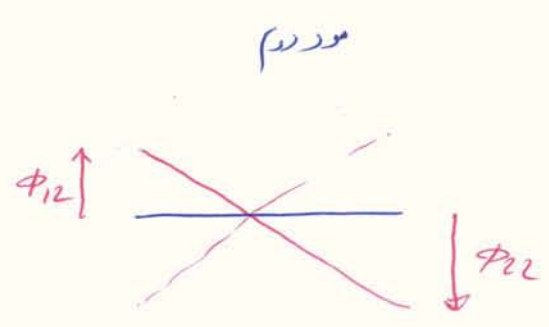
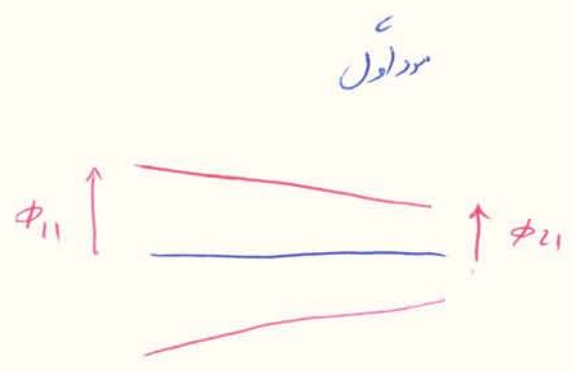
$$\Rightarrow \begin{cases} \omega_1 = 1.592 \sqrt{\frac{k}{m}} \\ \omega_2 = 3.076 \sqrt{\frac{k}{m}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1} = 3.946 \sqrt{\frac{m}{k}} \\ T_2 = \frac{2\pi}{\omega_2} = 2.042 \sqrt{\frac{m}{k}} \end{cases}$$

$$[\underline{k} - \omega_n^2 \underline{m}] \{\phi_n\} = \underline{0} \xrightarrow{\text{for } \omega_1} k \begin{bmatrix} 0.155 & -0.423 \\ -0.423 & 1.165 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{11} \\ \phi_{21} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

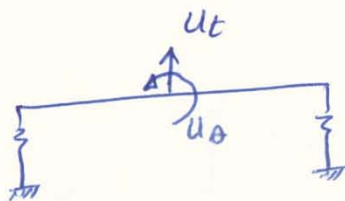
$$\text{if } \phi_{11} = 1 \Rightarrow \phi_{21} = 0.366 \Rightarrow \phi_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.366 \end{bmatrix}$$

$$[\underline{k} - \omega_n^2 \underline{m}] \{\phi_n\} = \underline{0} \xrightarrow{\text{for } \omega_2} k \begin{bmatrix} -2.155 & -1.577 \\ -1.577 & -1.155 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{12} \\ \phi_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{if } \phi_{12} = 1 \Rightarrow \phi_{22} = -1.366 \Rightarrow \phi_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1.366 \end{bmatrix}$$



نتیجه جابجایی



کتاب داریم به جهت اگر درس بود

هم استوار کردیم درم با هم به این روش قبلی رسم

$$\underline{k} \underline{\phi}_n = \omega_n^2 \underline{m} \underline{\phi}_n \xrightarrow[\underline{\phi}_r]{\text{ضرب در } \underline{\phi}_r^T} \underline{\phi}_r^T \underline{k} \underline{\phi}_n = \omega_n^2 \underline{\phi}_r^T \underline{m} \underline{\phi}_n \quad (1) \quad \underline{\text{تولد می‌دهد}}$$

$$\underline{k} \underline{\phi}_r = \omega_r^2 \underline{m} \underline{\phi}_r \xrightarrow[\underline{\phi}_n]{\text{ضرب در } \underline{\phi}_n^T} \underline{\phi}_n^T \underline{k} \underline{\phi}_r = \omega_r^2 \underline{\phi}_n^T \underline{m} \underline{\phi}_r \quad (2)$$

$$(1) \xrightarrow{\text{کاهش}} \underline{\phi}_n^T \underline{k} \underline{\phi}_r = \omega_n^2 \underline{\phi}_n^T \underline{m} \underline{\phi}_r \xrightarrow[\text{تولد می‌دهد}]{(2)} (\omega_n^2 - \omega_r^2) \underline{\phi}_n^T \underline{m} \underline{\phi}_r = 0$$

$$\text{if } \omega_n \neq \omega_r \Rightarrow \underline{\phi}_n^T \underline{m} \underline{\phi}_r = 0$$

$$\underline{\phi}_n^T \underline{k} \underline{\phi}_r = 0$$

به غیر از سراسری است

در فصل مندرجه قبیه:

$$\underline{\phi}_1^T \underline{m} \underline{\phi}_2 = 0$$

$$< 1 \quad 0.366 > \frac{\pi}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ -0.366 \end{Bmatrix} = 0$$

تقلید خود را بجا می‌آید که معادله را در این قفسه است.

$$\underline{K} = \underline{\Phi}^T \underline{k} \underline{\Phi}$$

$$\underline{M} = \underline{\Phi}^T \underline{m} \underline{\Phi}$$

$$K_n = \underline{\phi}_n^T \underline{k} \underline{\phi}_n$$

$$M_n = \underline{\phi}_n^T \underline{m} \underline{\phi}_n$$

که در آن عناصر قطری را برینجا

در K و M نسبت به غیر قطری عناصر K و M نیز نسبت خواهد بود

$$K_n = \underline{\phi}_n^T (\omega_n^2 \underline{m} \underline{\phi}_n) = \omega_n^2 (\underline{\phi}_n^T \underline{m} \underline{\phi}_n) = \omega_n^2 M_n$$

۷۹

که ماتریس است

$$\Phi = [\phi_{jn}] = \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} & \dots & \phi_{1n} \\ \phi_{21} & \phi_{22} & & \phi_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_{n1} & \phi_{n2} & \dots & \phi_{nn} \end{bmatrix}$$

$\uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow$
 $\phi_1 \quad \phi_2 \quad \phi_n$

ماتریس طیفی

$$\Omega^2 = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & & \\ & \omega_2^2 & \\ & & \ddots \\ & & & \omega_n^2 \end{bmatrix}$$

برای هر یک از درجه‌ها $\Rightarrow k\phi_n = m\phi_n\omega_n^2 \xrightarrow{\text{درجه‌ها را حذف می‌کنیم}} k\Phi = m\Phi\Omega^2$

کارایم سده توسط نیروهای انریس در n ام به علت تغییر مکان مورد r ام سده منفرد.

اثبات: سده r ام در نظر بگیریم که در مورد n ام با نیروهای زیر در حال لرزش است:

$$\left\{ \begin{array}{l} u_n(t) = q_n(t) \phi_n \Rightarrow \ddot{u}_n(t) = \ddot{q}_n(t) \phi_n \Rightarrow (f_I)_n = -m \ddot{u}_n(t) = -m \phi_n \ddot{q}_n(t) \\ u_r(t) = q_r(t) \phi_r \end{array} \right.$$

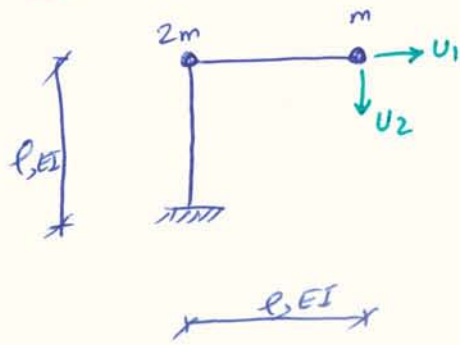
کارایم سده توسط نیروهای انریس در n ام
تغییر مکان مورد r ام

$$= (f_I)_n^T u_r = -(\phi_n^T m \phi_r) \ddot{q}_n(t) q_r(t) = 0$$

همچنین در آن اثبات نمود که

کارایم سده توسط نیروهای استاتی (محل تغییر مکان مورد n ام به علت تغییر مکان مورد r ام سده منفرد).

Ex 10.3

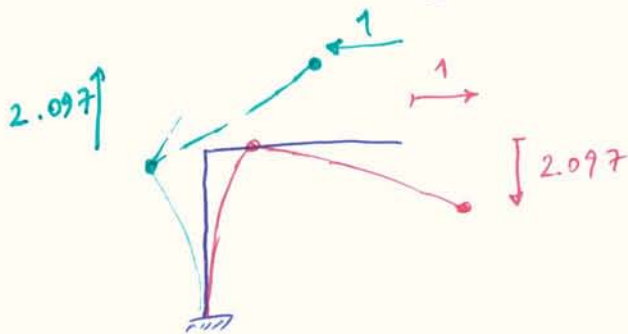


ازین سیستم:

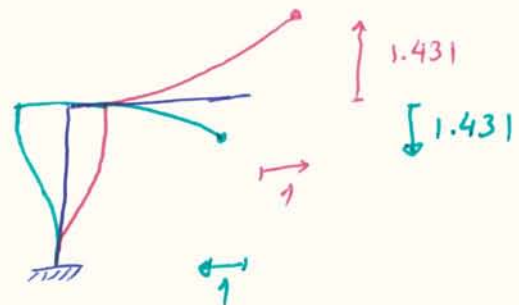
$$m = \begin{bmatrix} 2m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix}, \quad k = \frac{6EI}{l^3} \begin{bmatrix} 8 & -3 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\det [k - \omega^2 m] = 0 \quad \lambda = \frac{7ml^3}{6EI} \omega^2 \quad 3\lambda^2 - 14\lambda + 7 = 0 \quad \begin{cases} \lambda_1 = 0.5695 \\ \lambda_2 = 4.0972 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \omega_1 = 0.6987 \sqrt{\frac{EI}{ml^3}} \\ \omega_2 = 1.874 \sqrt{\frac{EI}{ml^3}} \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \phi_1 = \begin{Bmatrix} 1 \\ 2.097 \end{Bmatrix}, \quad \phi_2 = \begin{Bmatrix} 1 \\ -1.431 \end{Bmatrix}$$



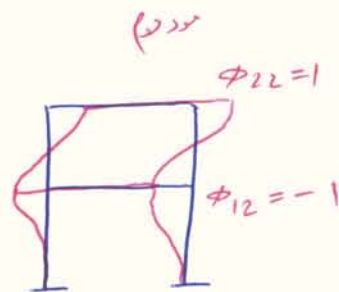
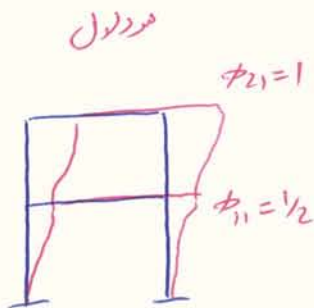
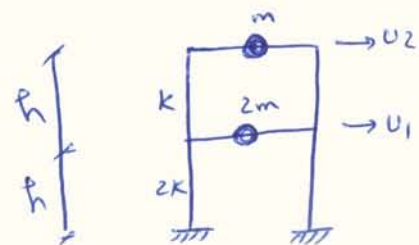
مورد اول ارتعاش



مورد دوم ارتعاش

Ex 10.2

Ex 10.4



$$m = \begin{bmatrix} 2m & \\ & m \end{bmatrix}, \quad k = \begin{bmatrix} 3k & -k \\ -k & k \end{bmatrix}$$

$$\det [k - \omega_n^2 m] = 0 \Rightarrow (2m^2)\omega^4 - 5km\omega^2 + 2k^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \omega_1 = \sqrt{\frac{k}{2m}} \\ \omega_2 = \sqrt{\frac{2k}{m}} \end{cases}, \quad k = \frac{24EIc}{h^3}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \omega_1 = 3.464 \sqrt{\frac{EIc}{mh^3}} \\ \omega_2 = 6.928 \sqrt{\frac{EIc}{mh^3}} \end{cases} \Rightarrow \phi_1 = \begin{Bmatrix} 0.5 \\ 1 \end{Bmatrix}, \quad \phi_2 = \begin{Bmatrix} -1 \\ 1 \end{Bmatrix}$$

$$M_n = \phi_n^T m \phi_n = 1$$

نکته: برای اینکه هم می‌تواند بتوان (اصولاً) صورتی بگوید

$$M_1 = \phi_1^T m \phi_1 = m < \frac{1}{2} \quad 1 > \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0.5 \\ 1 \end{Bmatrix} = \frac{3}{2}m$$

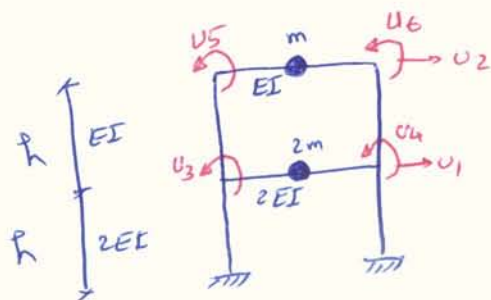
شکل دایمی

در این مسئله M_1 دایمی است و برابر ϕ_1 به $\sqrt{\frac{3m}{2}}$ تقسیم کرد.

$$\phi_1 = \frac{1}{\sqrt{6m}} \begin{Bmatrix} 1 \\ 2 \end{Bmatrix}$$

شکل دایمی ϕ_1

Ex 10.5



$$h = 3 \text{ meter}$$

Static Condensation $\Rightarrow m_{tt} = m \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$, $\hat{k}_{tt} = \frac{EI}{h^3} \begin{bmatrix} 54.88 & -17.51 \\ -17.51 & 11.61 \end{bmatrix}$

$$\Rightarrow \det [k_{tt} - \omega^2 m_{tt}] = 0 \Rightarrow \omega_1 = 2.198 \sqrt{\frac{EI}{mh^3}}, \omega_2 = 5.850 \sqrt{\frac{EI}{mh^3}} \Rightarrow \phi_1 = \begin{Bmatrix} 0.3871 \\ 1 \end{Bmatrix}, \phi_2 = \begin{Bmatrix} -1.2921 \\ 1 \end{Bmatrix}$$

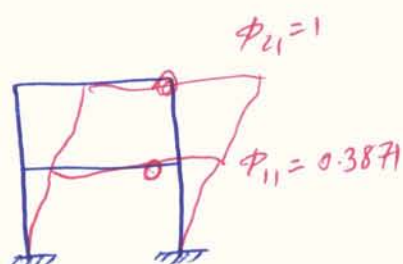
نکته: فرکانس ثابت به شکل قبل هم سره (برای دینامیک) . دلیل آن اینست که الف و فیدرین ستر نیز در جابجایی در سره ۱

$$u_0 = -K_{00}^{-1} K_{0t} u_t$$

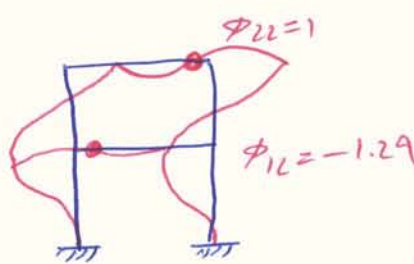
$$\begin{Bmatrix} u_3 \\ u_4 \\ u_5 \\ u_6 \end{Bmatrix} = \frac{1}{h} \begin{bmatrix} -0.4426 & -0.2459 \\ -0.4426 & -0.2459 \\ 0.9836 & -0.7869 \\ 0.9836 & -0.7869 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0.3871 \\ 1 \end{Bmatrix} = \frac{1}{h} \begin{Bmatrix} -0.4172 \\ -0.4172 \\ -0.4061 \\ -0.4061 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} u_3 \\ u_4 \\ u_5 \\ u_6 \end{Bmatrix} = \frac{1}{h} \begin{Bmatrix} 0.3258 \\ 0.3258 \\ -2.0573 \\ -2.0573 \end{Bmatrix}$$

در صورت دوم:

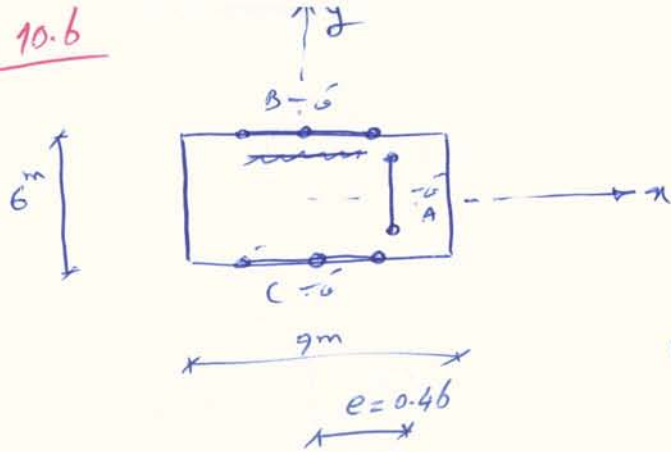


مدرک اول



مدرک دوم

Ex 10.6



وزن سقف = $500 \frac{kg}{m^2}$

A به $k_y = 112 \frac{ton}{m}$

C و B به $k_n = 60 \frac{ton}{m}$

ارتفاع $h = 3.6m$

وزن سقف = $w = 9 \times 6 \times 0.5 = 27 ton$

جرم = $m = \frac{w}{g} = 2.752 \frac{ton \cdot sec^2}{m}$

$I_0 = \frac{m(b^2 + d^2)}{12} = 26.83 \frac{ton \cdot m^2}{s^2}$

که
مان اینترگرال
حول محور z

حل:

$$\begin{bmatrix} m & & \\ & m & \\ & & I_0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_n \\ \ddot{u}_y \\ \ddot{\theta} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 2k_n & 0 & 0 \\ 0 & k_y & 0 \\ 0 & e k_y & \frac{d^2}{2} k_n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_n \\ u_y \\ \theta \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

می توانید ضرب $\det[k - \omega^2 m] = 0$ را بر روی این:

$m \ddot{u}_n + 2k_n u_n = 0$

می توانید از این است که می توان از این است که
بصورت دیگر

$\omega_2 = \sqrt{\frac{2k_n}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 60}{2.752}} = 6.6 \text{ rad/sec}$

که
چون این فرکانس
خواهد بود

مقدار حرکت کرنش در یک سازه باقی مانده به صورت زیر است :

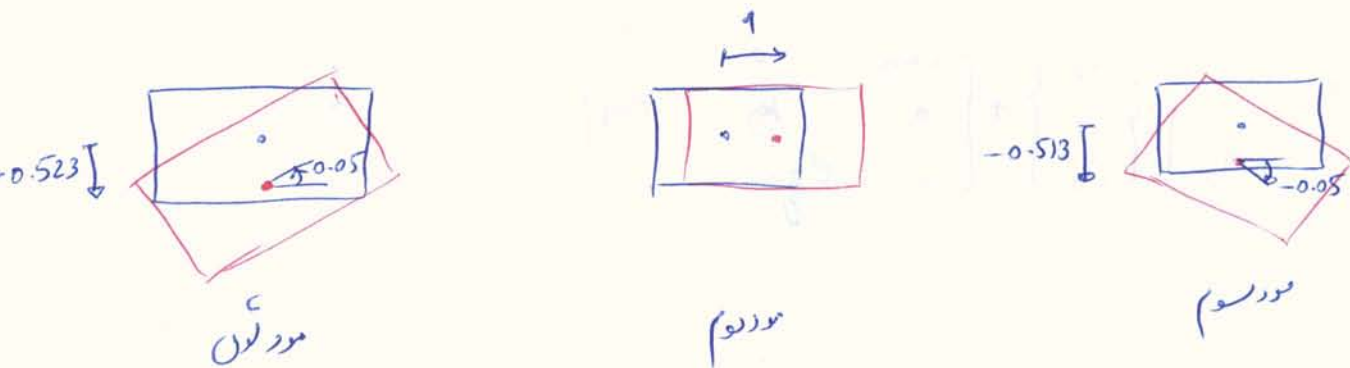
$$\begin{bmatrix} 2.752 & 0 \\ 0 & 26.83 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{u}_y \\ \bar{u}_\theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 112 & 51.52 \\ 51.52 & 1103.7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_y \\ u_\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \det[\underline{K} - \omega^2 \underline{m}] = 0 \Rightarrow \dots \Rightarrow \omega_1 = 5.9 \Rightarrow \phi_1 = \begin{Bmatrix} -0.523 \\ 0.05 \end{Bmatrix}$$

$$\omega_3 = 6.8 \Rightarrow \phi_3 = \begin{Bmatrix} -0.513 \\ -0.050 \end{Bmatrix}$$

لتر ترکیب به صورت قبل :

$$\phi_1 = \begin{Bmatrix} 0 \\ -0.523 \\ 0.05 \end{Bmatrix}, \quad \phi_2 = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad \phi_3 = \begin{Bmatrix} 0 \\ -0.513 \\ -0.050 \end{Bmatrix}$$



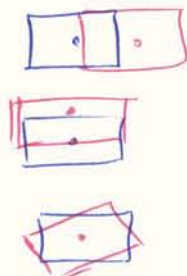
حالت خاص $e = 0$

در این حالت هوسا رفتش مسکن لازم است.

$$\omega_3 = \omega_n = 6.6 \text{ rad/s}$$

$$\omega_2 = \omega_y = 6.38 \text{ ''}$$

$$\omega_1 = \omega_\theta = 6.34 \text{ ''}$$



Modal Expansion of displacements

حرکت در تغییر مکان دلخواهی را می توان به صورت N بردار تغییر مکان مجزئ جمع کرد.

$$u = \sum_{r=1}^N \phi_r q_r = \Phi q$$

برای استخراج معادله برای q_n از هر دو طرف معادله u را ضرب می کنیم در $\phi_n^T m$ (برای $n=1, 2, \dots, N$)

$$\phi_n^T m u = \sum_{r=1}^N (\phi_n^T m \phi_r) q_r$$

$$\Rightarrow \phi_n^T m u = (\phi_n^T m \phi_n) q_n \Rightarrow q_n = \frac{\phi_n^T m u}{\phi_n^T m \phi_n} = \frac{\phi_n^T m u}{M_n}$$

مثال: برای قلاب بر روی مثال 10.4، بردار تغییر مکان $u = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix}$ را، بردارهای معمولی تجزیه می کنیم.

مثال: برای قلاب بر روی مثال 10.4، بردار تغییر مکان

$$\phi_1 = \begin{Bmatrix} 0.5 \\ 1 \end{Bmatrix}, \quad \phi_2 = \begin{Bmatrix} -1 \\ 1 \end{Bmatrix}$$

$$q_1 = \frac{\langle 0.5 \ 1 \rangle \begin{bmatrix} 2m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix}}{\langle 0.5 \ 1 \rangle \begin{bmatrix} 2m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0.5 \\ 1 \end{Bmatrix}} = \frac{2m}{3m/2} = \frac{4}{3}$$

$$q_2 = \frac{\langle -1 \ 1 \rangle \begin{bmatrix} 2m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix}}{\langle -1 \ 1 \rangle \begin{bmatrix} 2m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} -1 \\ 1 \end{Bmatrix}} = \frac{-m}{3m} = -\frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow u = \sum_{r=1}^2 \phi_r q_r = \frac{4}{3} \begin{Bmatrix} 0.5 \\ 1 \end{Bmatrix} + \left(-\frac{1}{3}\right) \begin{Bmatrix} -1 \\ 1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix}$$

$$m\ddot{u} + k u = 0$$

$$u = u(0) , \quad \dot{u} = \dot{u}(0)$$

در حالت
مستقر

$$u(t) = \sum_{n=1}^N \phi_n (A_n \cos \omega_n t + B_n \sin \omega_n t)$$

شکل ۲۸-۱: استقرال کربایت

مشتق

$$\dot{u}(t) = \sum_{n=1}^N \phi_n \omega_n (-A_n \sin \omega_n t + B_n \cos \omega_n t)$$

$t=0$

$$u(0) = \sum_{n=1}^N \phi_n A_n , \quad \dot{u}(0) = \sum_{n=1}^N \phi_n \omega_n B_n$$

(I)

که هر کدام N جمله جبرایم از این نوع
که A_n و B_n ضرایب

با استفاده از روابط تجربی مدول بردارها $u(0)$ و $\dot{u}(0)$ داریم:

$$u(0) = \sum_{n=1}^N \phi_n q_n(0)$$

$$\dot{u}(0) = \sum_{n=1}^N \phi_n \dot{q}_n(0)$$

با استفاده از روابط
بجای هر دو

$$q_n(0) = \frac{\phi_n^T m u(0)}{M_n}$$

$$\dot{q}_n(0) = \frac{\phi_n^T m \dot{u}(0)}{M_n}$$

(II)

(II) (I) مقابله $\Rightarrow A_n = q_n(0) = \dots$

$$B_n = \frac{\dot{q}_n(0)}{\omega_n} = \dots$$

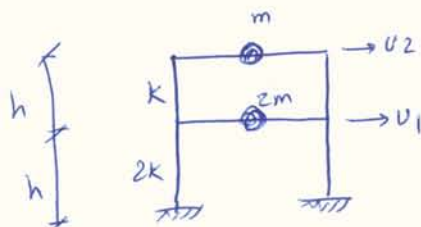
$$\Rightarrow u(t) = \sum_{n=1}^N \phi_n \left[\underbrace{q_n(0) \cos \omega_n t + \frac{\dot{q}_n(0)}{\omega_n} \sin \omega_n t}_{\text{یا به عبارت دیگر}} \right]$$

اینجا از روش ادراسیج
استفاده کردیم تا تغییر مکان اولیه $q_n(0)$ و سرعت اولیه $\dot{q}_n(0)$

$$u(t) = \sum_{n=1}^N \phi_n q_n(t)$$

where $q_n(t) = q_n(0) \cos \omega_n t + \frac{\dot{q}_n(0)}{\omega_n} \sin \omega_n t$

مطلوبت پانچ ارتش آزاد ارت تغییرات اولیه $u(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$



$$u(0) = \begin{Bmatrix} 1 \\ 2 \end{Bmatrix}, \quad \dot{u}(0) = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

جواب

ارتش اول $\Rightarrow q_n(0) = \begin{Bmatrix} 2 \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad \dot{q}_n(0) = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$

$$\Rightarrow q_n(t) = \begin{Bmatrix} 2 \cos \omega_1 t \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\Rightarrow u(t) = \begin{Bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{1}{2} \\ 1 \end{Bmatrix} 2 \cos \omega_1 t = \begin{Bmatrix} 1 \\ 2 \end{Bmatrix} \cos \omega_1 t$$

where $\omega_1 = \sqrt{\frac{k}{2m}}$

$q_2(t) = 0$ است. یعنی مد دوم مشارکت در پانچ ندارد.

و پانچ نامی از مد اول است.

نکته این امر اینست که تغییرات اولیه متناسب با مد اول (و نه برابری مد دوم) بوده است.

Ex. 10.10.

the same Ex., but if $u(0) = \begin{Bmatrix} -1 \\ 1 \end{Bmatrix}$

$$\Rightarrow q_n(t) = \begin{Bmatrix} 0 \\ \cos \omega_n t \end{Bmatrix}$$

$$\Rightarrow u(t) = \begin{Bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -1 \\ 1 \end{Bmatrix} \cos \omega_2 t$$

برعکس مثل قبل،

اینجا حرکت را یک بار دوم است.

Ex 10.11

if $u(0) = \begin{Bmatrix} -1/2 \\ 2 \end{Bmatrix}$

$$q_n(0) = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix} \Rightarrow q_n(t) = \begin{Bmatrix} q_{n1}(t) \\ q_{n2}(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \cos \omega_n t \\ \cos \omega_n t \end{Bmatrix}$$

$$\Rightarrow u(t) = \begin{Bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1/2 \\ 1 \end{Bmatrix} \cos \omega_1 t + \begin{Bmatrix} -1 \\ 1 \end{Bmatrix} \cos \omega_2 t$$

حرکت در دو رخ می توانست!

$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = 0$ where $u = u(t)$, $\dot{u} = \dot{u}(t)$

$u = \Phi q \Rightarrow m\Phi\ddot{q} + c\Phi\dot{q} + k\Phi q = 0 \xrightarrow[\Phi^T]{\text{مضرب}} M\ddot{q} + C\dot{q} + Kq = 0$

که در آن ماتریس M و K قطری اند، $C = \Phi^T C \Phi$

* بعد توزیع در درجه ها C می تواند $\left\{ \begin{array}{l} \text{قطری نباشد} \Rightarrow \text{میرای همبستگی} \\ \text{قطری باشد} \Rightarrow \text{میرای غیر همبستگی} \end{array} \right.$ $\Leftarrow$ N معادله دینامیک غیر همبسته $\Leftarrow$ معادله ارتعاشی مستقل $\Leftarrow$ بدون میرا

* به همین دلیل اغلب میرای بصورت C قطری فرض می گردد.

* میرای غیر همبستگی در فوکنش

حل از این معادله ماتریسی در n قوسی مایه - در این سیستم معادله جبری تحت تأثیر میرای قرار می گیرند. بنابراین فرکانس و میرای طبیعی ابتدا بر اساس سیستم بدون میرای محاسبه می شوند و سپس اثر میرای بر فرکانس طبیعی و میرای سیستم یکپارچه از دسترس می دهیم و قرار می گیرد.

$\ddot{q}_n + 2\zeta_n \omega_n \dot{q}_n + \omega_n^2 q_n = 0$

ف - ارتعاشی سطح SDOF ω_n ζ_n

حل معادله میرای $\Rightarrow q_n(t) = e^{-\zeta_n \omega_n t} \left[q_n(0) \cos \omega_{nd} t + \frac{\dot{q}_n(0) + \zeta_n \omega_n q_n(0)}{\omega_{nd}} \sin \omega_{nd} t \right]$

where $\omega_{nd} = \omega_n \sqrt{1 - \zeta_n^2}$
که n امین فرکانس طبیعی میرا

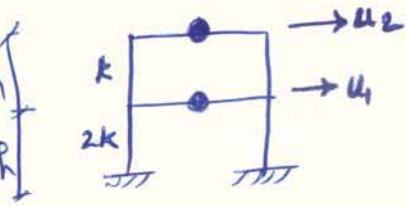
۹۲

$$\Rightarrow u(t) = \sum_{n=1}^N \phi_n e^{-i\omega_n t} \left[q_n(0) \cos \omega_n t + \frac{\dot{q}_n(0) + i\omega_n q_n(0)}{\omega_n} \sin \omega_n t \right]$$

موتیہ کے ارتعاش کی حالت

ایک حل نہیں ہے بلکہ یہ ایک خاص حل ہے۔

$$u(0) = \begin{Bmatrix} -1 \\ 1 \end{Bmatrix} \quad c = \sqrt{\frac{km}{200}} \quad \text{به علت تغییر مکان اولیه}$$



$$q(0) = \begin{Bmatrix} q_1(0) \\ q_2(0) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \end{Bmatrix}$$

$$\dot{q}(0) = \begin{Bmatrix} \dot{q}_1(0) \\ \dot{q}_2(0) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

در مثال قبلی Ex 10.10، $q_n(0)$ محاسبه شده است

$$u(t) = \begin{Bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -1 \\ 1 \end{Bmatrix} e^{-\zeta_2 \omega_2 t} \left(\cos \omega_{2D} t + \frac{\zeta_2}{\sqrt{1-\zeta_2^2}} \sin \omega_{2D} t \right)$$

به علت تغییر در رابطه قبلی:

که مورد نیاز است

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{2k}{m}}, \quad \zeta_2 = 0.1$$

* طبق نسبت قبلی

$$q_1(t) = 0 \quad \text{است، مورد نیاز هیچ رابطه دیگری نیست}$$

باید $\sum_{n=1}^2$ و $\sum_{n=2}^2$ تبدیل کرد

$$c = a_0 m$$

که
واحدش دایر

$$c = a_1 k$$

که
واحدش دایر

میرایی رایی

Rayleigh Damping

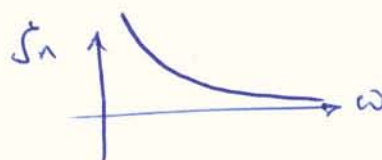
میرایی رایی در تمام فرکانسها به یک شکل به نسبت میرایی رایی است.

* میرایی رایی را نسبت به فرکانس رسم کنیم، آنرا برای هر n داریم:

$$C_n = a_0 M_n \Rightarrow \zeta_n = \frac{a_0}{2} \frac{1}{\omega_n}$$

که رابطه
میرایی رایی

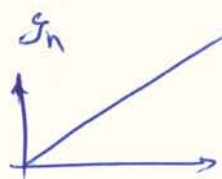
$$\zeta_n = \frac{C_n}{2M_n \omega_n} \quad (\text{از رابطه})$$



* میرایی رایی را نسبت به فرکانس رسم کنیم، آنرا برای هر n داریم:

$$C_n = a_1 \omega_n^2 M_n \Rightarrow \zeta_n = \frac{a_1}{2} \omega_n$$

که رابطه
میرایی رایی



ولی نتیجه این است که میرایی رایی در تمام فرکانسها به یک شکل به نسبت میرایی رایی است.

میرایی رایی در تمام فرکانسها به یک شکل به نسبت میرایی رایی است.

$$c = a_0 m + a_1 k \Rightarrow \int_n = \frac{a_0}{2} \frac{1}{\omega_n} + \frac{a_1}{2} \omega_n$$

اندازه‌های دوردرد در نوارش برابر است ✓

$$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} \frac{1}{\omega_i} & \omega_i \\ \frac{1}{\omega_j} & \omega_j \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_0 \\ a_1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \int_i \\ \int_j \end{Bmatrix}$$

$$\text{if } \int_i = \int_j = \int \Rightarrow a_0 = \int \frac{2\omega_i \omega_j}{\omega_i + \omega_j} \quad , \quad a_1 = \int \frac{2}{\omega_i + \omega_j}$$

تایم سیس HDOF به تحریر شده

$$[M]\{\ddot{u}(t)\} + [C]\{\dot{u}(t)\} + [K]\{u(t)\} = \{P(t)\} = -[M]\{r\}\ddot{u}_g(t)$$

برای آنکه شیب از بین بردیم از روش زیر استفاده می‌کنیم

تکثیر فرکانس

$$[\Phi'] = \{\{\phi_1\}, \dots, \{\phi_j\}, \dots, \{\phi_N\}\}$$

$$\{u(t)\} = \sum_{r=1}^N \phi_r q_r(t) = [\Phi'] \{q(t)\}$$

جهت‌های در مختصات حرکت و
وینس فرکانس در

$$[\Phi']^T [M] [\Phi'] \{\ddot{q}(t)\} + [\Phi']^T [C] [\Phi'] \{\dot{q}(t)\} + \underbrace{[\Phi']^T [K] [\Phi']}_{\text{ماتریس نقطه}} \{q(t)\} = -[\Phi']^T [M] \{r\} \ddot{u}_g(t)$$

ماتریس نقطه

$$\Rightarrow M_j \ddot{q}_j(t) + C_j \dot{q}_j(t) + K_j q_j(t) = L'_j \ddot{u}_g(t)$$

where $M_j = \{\phi'_j\}^T [M] \{\phi'_j\}$

$$K_j = \{\phi'_j\}^T [K] \{\phi'_j\} = \omega_{nj}^2 M_j$$

نسبت سازه (درخت)

$$C_j = \{\phi'_j\}^T [C] \{\phi'_j\} = 2 \zeta_j \omega_{nj} M_j$$

$$L'_j = -\{\phi'_j\}^T [M] \{r\} = \gamma_j M_j$$

که فرکانس نسبت به فرکانس پایه در دسترس

که فرکانس $\{\phi'_j\}$ نسبت به فرکانس پایه در دسترس

$$\{\phi_j\} = \frac{1}{\sqrt{M_j}} \{\phi'_j\}$$

$$\{\phi_j\}^T [M] \{\phi_j\} = 1$$

خرامان است

$$K_j = \omega_{nj}^2$$

$$C_j = 2 \zeta_j \omega_{nj}$$

$$\gamma_j = -\{\phi_j\}^T [M] \{r\} = -\sum_{i=1}^N m_i \phi_{ji} r_i$$

نقطه اول

$$\gamma_j = \gamma'_j \sqrt{M_j} \Rightarrow$$

بعد از گذشتن از چندین مرحله، به این نتیجه می‌رسیم که اگر در هر یک از این موارد، $q_j(t)$ را به صورت $q_j(t) = \int_0^t \delta_j \ddot{u}_g(\tau) h_j(t-\tau) d\tau$ بنویسیم، خواهیم داشت:

نهایتاً می‌توان نوشت:

* حل مورد نیاز بعد از این است (انتگرال ریدل) $q_j(t) = - \int_0^t \delta_j \ddot{u}_g(\tau) h_j(t-\tau) d\tau$

$$\Rightarrow \{u(t)\} = \{\phi_1\} q_1(t) + \{\phi_2\} q_2(t) + \dots + \{\phi_N\} q_N(t) = \sum_{r=1}^N \{\phi_r\} q_r(t)$$

بنابراین می‌توان نوشت:

$$u_i(t) = \phi_{i1} q_1(t) + \phi_{i2} q_2(t) + \dots + \phi_{iN} q_N(t) = \sum_{j=1}^N \phi_{ij} q_j(t)$$

یا

$$u_i(t) = - \sum_{j=1}^N \delta_j \phi_{ij} \int_0^t \ddot{u}_g(\tau) h_j(t-\tau) d\tau$$

روش استاتیکی مدل (نسب استاتیکی)

در یک سازه پیرامون یک نقطه ثابت برابر است با:

$$\{f_s\} = [K] \{u\}$$

$$= [K] [\Phi] \{q\} = \sum_{j=1}^N [K] \{\phi_j\} q_j(t) = \sum_{j=1}^N \omega_j^2 [M] \{\phi_j\} q_j(t)$$

با در نظر گرفتن مدل اول (لغز) در یک سازه پیرامون یک نقطه ثابت، نیروی پیرامونی برابر است با:

$$V = \sum_{i=1}^N f_{si} = \{1\}^T \{f_s\} = \omega_1^2 \underbrace{\{1\}^T [M] \{\phi_1\}}_{\delta_1 M_1} q_1(t) \Rightarrow$$

$$\{r\} = \{1\} \Rightarrow \delta_1 = \{1\}^T [M] \{\phi_1\} / m_1 \quad \uparrow$$

$$V = \delta_1 M_1 \omega_1^2 q_1(t)$$

$$\Rightarrow V_{max} = \delta_1^2 M_1 \omega_1^2 \left\{ \int_0^t \ddot{u}_g(\tau) h_1(t-\tau) d\tau \right\}_{max}$$

برابر با طیف تیریکول

$$= \delta_1^2 M_1 \omega_1^2 S_d(\omega_1 \zeta_1)$$

$$= \delta_1^2 M_1 S_a(\omega_1 \zeta_1)$$

عبارت < 1

الا فیسو بدون لوب و گتر اندله است و پس $\delta_1^2 M_1$ برابر است با کسری از جرم کل سازه.

تبدیل سازه پیرامون یک نقطه ثابت به یک سازه پیرامون یک نقطه ثابت، که در آنجا یک نیروی پیرامونی وجود دارد، به اصطلاحاً به "Missing Mass Effect" معروف است. که عمدتاً به یک نیروی پیرامونی است.

$$\Rightarrow V_{max} = \alpha M_T S_a(\omega_1, \xi_1) = \frac{A B I}{R} W_T \left(\frac{S_a(\omega_1, \xi_1)}{g} \right)$$

= A.B
 پ
 ۲۸-۲۹

$$\Rightarrow \boxed{V_{max} = \frac{A B I}{R} W}$$

قابل استناد برای طراحی سازه ها و ...
 اولیه
 و ...
 و ...

Response Spectrum Method

Newmark & Rosenbluth, [143]

فازدهن قبل می باشد، این تفاوت که یکبار در نظر گرفته می شود و در نظر گرفته می شوند.

$$\{u\} = [\Phi] \{q\} = \sum_{j=1}^N \{\phi_j\} q_j$$

$$u_i(t) = \sum_{j=1}^N \phi_{ij} q_j(t)$$

$$(u_{ij})_{\max} = \phi_{ij} \gamma_j S_d(\omega_j)$$

$$f_{sij} = (\omega_j^2 m_i) [\phi_{ij} \gamma_j S_d(\omega_j)]$$

$$= \gamma_j \phi_{ij} w_i S_d(\omega_j) / g$$

$$\text{where } w_i = m_i g$$

$$\bar{S}_d = S_d / g$$

$$\Rightarrow V_j = \text{شیرینگی یا نیروی ساز} = \sum_{i=1}^N \gamma_j \phi_{ij} w_i \bar{S}_d(\omega_j)$$

مستقیم

$$= \left(\sum_{i=1}^N \phi_{ij} w_i \right) \gamma_j \bar{S}_d(\omega_j)$$

$$\Rightarrow \gamma_j = \frac{\{\phi_j\}^T [M] \{1\}}{\{\phi_j\}^T [M] \{\phi_j\}} = \frac{\sum_{i=1}^N m_i \phi_{ij}}{\sum_{i=1}^N m_i \phi_{ij}^2} = \frac{\sum_{i=1}^N w_i \phi_{ij}}{\sum_{i=1}^N w_i \phi_{ij}^2}$$

بسیار ساده و آسان

$$V_j = \left[\frac{(\sum w_i \phi_{ij})^2}{\sum w_i \phi_{ij}^2} \right] \bar{S}_a(\omega_j \phi_j) = W_j \cdot AB_j$$

(W_j) وزن مورد نیاز
AB_j = از ۲۸ طبقه

با استفاده از روش ریشه مربعی از هر یک فریب کاهش R و تنظیم نمودن فریب واحد سازه (I) خواص را بدست آوریم:

$$V_j = \frac{AB_j I}{R} W_j$$

با توجه به اینکه در هر هم فدراسیون هم در هر یک می توان با توجه به مختلف موارد باید یک یک نمود:

* روش ABS

$$V = \sum_{j=1} |V_j| = |V_1| + |V_2| + \dots$$

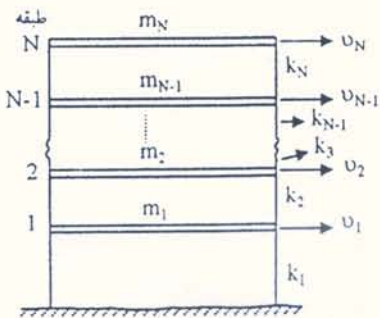
* روش SRSS

$$V = \sqrt{V_1^2 + V_2^2 + \dots}$$

همچنین در هر یک از این روش ها باید در نظر گرفته شود که در این روش افزایش پیدا خواهد کرد.

* روش CQC اثرات انترز در هر یک از روش ها در نظر گرفته شود.

ماتریسهای جرم و سختی و میرایی ساختمان برشی و پیچشی



ساختمان برشی: هر طبقه دارای یک درجه آزادی (v_i) که تغییر مکان طبقه نسبت به فونداسیون می باشد.

$$[K] = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 & \dots & 0 \\ k_2 + k_3 & -k_3 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{N-1} + k_N & -k_N & \dots & \dots & k_N \end{bmatrix} \quad \text{Sym.}$$

$$[M] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & m_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & m_N \end{bmatrix}$$

ماتریس جرم قطری می باشد.

ساختمان پیچشی: هر طبقه دارای سه درجه آزادی x_i, y_i, θ_i می باشد (شکل مقابل):

$$\{V\}^T = \{x_1 \ y_1 \ \theta_1 \ x_2 \ y_2 \ \theta_2 \ \dots \ x_N \ y_N \ \theta_N\}^T$$

ماتریس جرم $[M]$:

با فرض متمرکز بودن جرم سازه در طبقات، ماتریس جرم سیستم قطری خواهد بود.

$$[M] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & m_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & m_N \end{bmatrix} \quad (3N \times 3N)$$

m_i = جرم طبقه i ام

$I_i = m_i r_i^2$ = ممان اینرسی طبقه i ام

r_i = شعاع جیراسیون طبقه i ام

ماتریس سختی $[K]$:

$$[K] = \begin{bmatrix} K^1 + K^2 & -K^2 & 0 & \dots & 0 \\ K^2 + K^3 & -K^3 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ K^{N-1} + K^N & -K^N & \dots & \dots & K^N \end{bmatrix} \quad \text{Sym.}$$

بردار ضریب تأثیر زلزله

$$[K^i] = \begin{bmatrix} k_{x_i} & 0 & -(e_{y_i} k_{x_i}) \\ 0 & k_{y_i} & +(e_{x_i} k_{y_i}) \\ -(e_{y_i} k_{x_i}) & +(e_{x_i} k_{y_i}) & (k_{\theta_i} + e_{x_i}^2 k_{y_i} + e_{y_i}^2 k_{x_i}) \end{bmatrix}$$

$$e_{x_i} = \frac{\sum_{j=1}^n k_{y_{ij}} x_{ij}}{\sum_{j=1}^n k_{y_{ij}}}; \quad \{r_x\}^i = \{1 \ 0 \ 0\}^T; \quad \{r_y\}^i = \{0 \ 1 \ 0\}^T$$

$$k_{\theta_i} = \sum_{j=1}^n k_{x_{ij}} y_{ij}^2 + k_{y_{ij}} x_{ij}^2 \quad n = \text{تعداد ستونهای در یک طبقه} \quad x_{ij} = \text{فاصله ستون } j \text{ در طبقه } i \text{ از محور مختصات در جهت } x$$

ماتریس میرایی $[C]$:

ماتریس میرایی از نظر فرم، شبیه ماتریس سختی می باشد. با این تفاوت که مقادیر $c_{\theta_i}, c_{y_i}, c_{x_i}$ و c_{θ_i} جایگزین مقادیر $k_{\theta_i}, k_{y_i}, k_{x_i}$ می شوند.

$$c_{x_i} = 2\zeta_{x_i} \sqrt{k_{x_i} m_i}; \quad c_{y_i} = 2\zeta_{y_i} \sqrt{k_{y_i} m_i}; \quad c_{\theta_i} = 2\zeta_{\theta_i} \sqrt{k_{\theta_i} I_i}$$

که در آن ζ_x و ζ_y = ضرایب میرایی سیستم در جهت x و y هر طبقه است.

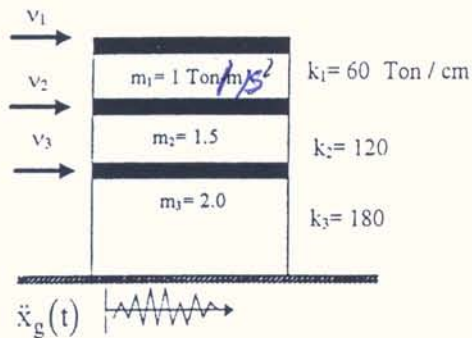
$$\begin{aligned}\omega_1 &= 7.04 \\ \omega_2 &= 19.72 \\ \omega_3 &= 28.49\end{aligned}$$

روش محاسبه دینامیکی (پاسخ طیفی)

الف: مشخصات دینامیکی سیستم

۱- معادله حرکت

$$[M] \{\ddot{V}\} + [K] \{V\} = -[M] \{1\} \ddot{X}_g(t)$$



$$M = \begin{bmatrix} 1.0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.5 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}, K = 60 \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & -2 \\ 0 & -2 & 5 \end{bmatrix}$$

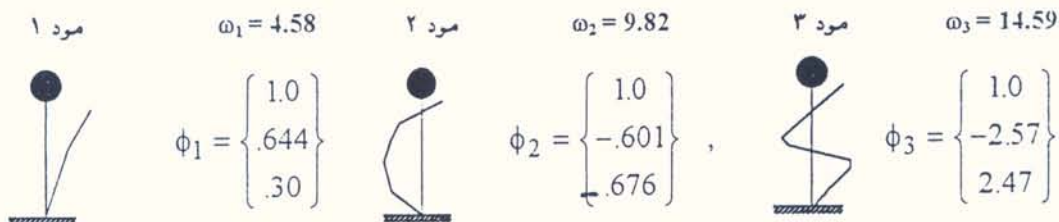
۲- محاسبه فرکانسها

$$\text{Det.}[K - \omega^2 M] = 0 \Rightarrow \omega_1 = 4.58 \text{ rad/sec.} \quad T_1 = 1.37 \text{ sec.}$$

$$\omega_2 = 9.82 \text{ rad/sec.} \rightarrow T_2 = .640 \text{ sec.}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad \omega_3 = 14.59 \text{ rad/sec.} \quad T_3 = .431 \text{ sec.}$$

۳- محاسبه اشکال مود



۴- محاسبه جرم مودی (M_n)

$$M_1 = \phi_1^T M \phi_1 = \sum_{i=1}^3 m_i \phi_{1i}^2 = 1 \times (1)^2 + 1.5 \times (.644)^2 + 2 \times (.3)^2 = 1.802$$

$$M_2 = 1 \times (1)^2 + 1.5 \times (-.601)^2 + 2 \times (-.676)^2 = 2.456$$

$$M_3 = 23.10$$

۵- محاسبه ضریب تاثیر زلزله در هر مود

$$\gamma_n = \frac{L_n}{M_n}, \quad L_n = \{\phi_n\}^T [M] \{1\} = \sum_{i=1}^3 m_i \phi_{ni}$$

$$L_1 = \sum_{i=1}^3 m_i \phi_{1i} = 1 \times 1 + 1.5 \times .644 + 2 \times .3 = 2.566 \rightarrow \gamma_1 = \frac{2.566}{1.802} = 1.425$$

$$L_2 = -1.254 \rightarrow \gamma_2 = \frac{-1.254}{2.455} = -0.51$$

$$L_3 = 2.08 \rightarrow \gamma_3 = \frac{2.08}{23.10} = 0.09$$

در تمام برشی $\sum \gamma_i = 1$

جرم موثر مودی که بیانگر تاثیر مودها نیز می باشد به صورت زیر محاسبه می گردد.

$$\bar{M}_n = \frac{L_n^2}{M_n} = L_n \gamma_n$$

$$\bar{M}_1 = 3.656, \bar{M}_2 = 0.641, \bar{M}_3 = 0.188, \sum \bar{M}_n = 4.485 \approx \sum m_n = 4.5$$

$$\sum \bar{M}_n = \sum m_n$$

مجموع جرم موثر مودی برابر با مجموع جرم سازه است

• مشاهده می شود که ضریب تاثیر زلزله یا جرم موثر در مودهای بالا کاهش پیدا می کند. به عبارتی تاثیر مودهای بالا در پاسخ قابل صرف نظر کردن است. در ساختمانهای برشی جمع ضرایب تاثیر مودها ($\sum \gamma_i$) برابر با یک است.

بنابراین معیار در نظر گرفتن تعداد مودها در محاسبات پاسخ مقدار γ_n یا M_n است. تعداد مودها طوری انتخاب می شود که دربرگیرنده ۹۰ تا ۹۵ درصد جرم کل سازه ($\sum \bar{M}_n = 0.9 \sum m_n$) باشد یا مودهایی حذف می گردد که ضریب تاثیر مود در مقایسه با دیگر ضرایب تاثیر قابل صرف نظر کردن باشد.

۶- محاسبه پاسخ مودی

$$v_n = \phi_n \gamma_n S_{dn} = \phi_n \gamma_n \frac{S_{vn}}{\omega_n} = \phi_n \gamma_n \frac{S_{an}}{\omega_n^2}$$

الف - تغییر مکان

مقادیر طیف بستگی به فرکانس و ضریب میرایی دارد. لذا باید ضریب میرایی مناسب سازه انتخاب شود. اگر ضریب میرایی ۵٪ فرض شود مقادیر طیف تغییر مکان خواهند شد:

$$\omega_1 = 7.3 \text{ Hz} \Rightarrow S_{d1} = 17 \text{ cm}, S_{v1} = 78 \text{ cm/sec}, S_{a1} = 357 \text{ cm/sec}^2$$

$$\omega_2 = 1.56 \text{ Hz} \Rightarrow S_{d2} = 7 \text{ cm}, S_{v2} = 68.7 \text{ cm/sec}, S_{a2} = 675 \text{ cm/sec}^2$$

$$\omega_3 = 2.32 \text{ Hz} \Rightarrow S_{d3} = 5 \text{ cm}, S_{v3} = 73 \text{ cm/sec}, S_{a3} = 1065 \text{ cm/sec}^2$$

$$v_1 = \left\{ \begin{matrix} 1 \\ .644 \\ .3 \end{matrix} \right\} (1.425) (17) = \left\{ \begin{matrix} 24.2 \\ 15.6 \\ 7.3 \end{matrix} \right\}$$

مود ۱

$$v_2 = \left\{ \begin{matrix} 1.0 \\ -.601 \\ -.676 \end{matrix} \right\} (-.51) (7) = \left\{ \begin{matrix} -3.57 \\ 2.15 \\ 2.41 \end{matrix} \right\}$$

مود ۲

$$v_3 = \begin{Bmatrix} 1.0 \\ -2.57 \\ 2.47 \end{Bmatrix} (0.09) (5) = \begin{Bmatrix} .45 \\ -1.16 \\ 1.11 \end{Bmatrix}$$

مود ۳

محاسبه تغییر مکان با روش ترکیب مودها
روش ABS: جمع قدر مطلق پاسخ هر مود (مقدور واقعی نیستند)

تغییر مکان طبقه بالا

$$v = \sum_{i=1}^3 |v_i| = \begin{Bmatrix} 28.2 \\ 18.9 \\ 10.82 \end{Bmatrix}$$

روش SRSS: جذر مجموع مربع پاسخ مودها

$$v = \sqrt{\sum_{i=1}^3 v_i^2} = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2}$$

$$v^2 = \begin{Bmatrix} 24.2 \\ 15.6 \\ 7.3 \end{Bmatrix}^2 + \begin{Bmatrix} -3.57 \\ 2.15 \\ 2.41 \end{Bmatrix}^2 + \begin{Bmatrix} .45 \\ -1.16 \\ 1.11 \end{Bmatrix}^2 = \begin{Bmatrix} 599 \\ 249 \\ 60 \end{Bmatrix} \Rightarrow v = \begin{Bmatrix} 24.4 \\ 15.8 \\ 7.76 \end{Bmatrix}$$

ب- نیروهای جانبی و برشی طبقات

۷- شکل مود نیروی جانبی

$$\phi_{s1} = K\phi_1 = 60 \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & -2 \\ 0 & -2 & 5 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1.0 \\ .644 \\ .3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 21.36 \\ 19.92 \\ 12.72 \end{Bmatrix}$$

شکل مود ۱ نیروی برشی پایه

$\phi_{b1} = 54:00$

$$\phi_{s2} = K\phi_2 = \begin{Bmatrix} 96.1 \\ -87.1 \\ -131 \end{Bmatrix}$$

$$\phi_{s3} = K\phi_3 = \begin{Bmatrix} 214 \\ -819 \\ 1049 \end{Bmatrix}$$

شکل مود ۲ نیروی برشی پایه

$\phi_{b2} = -121.7$

شکل مود ۳ نیروی برشی پایه

$\phi_{b3} = 444.6$

۸- پاسخ مودی نیروهای جانبی و برشی

$$f_{sn} = \phi_{sn} \gamma_n S_{dn}$$

$$f_{s1} = \begin{Bmatrix} 21.36 \\ 19.92 \\ 12.72 \end{Bmatrix} \times 1.425 \times 17 = \begin{Bmatrix} 517.45 \\ 483 \\ 308 \end{Bmatrix}$$

$f_{b1} = 1308$

$$f_{s2} = \begin{Bmatrix} -343 \\ 311 \\ +468 \end{Bmatrix}, \quad \underline{f_{b2} = 434.6} \quad ; \quad f_{s3} = \begin{Bmatrix} 96.3 \\ -369 \\ 472 \end{Bmatrix}, \quad \underline{f_{b3} = 200}$$

روش ABS

$$f_s = \sum_{n=1}^3 |f_{sn}| = \begin{Bmatrix} 517 + 343 + 96 \\ 483 + 311 + 369 \\ 308 + 468 + 472 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 956 \\ 1163 \\ 1248 \end{Bmatrix}$$

$$V = 1308 + 434.6 + 200 = 1942.6$$

روش SRSS

$$f_s = \sqrt{\sum f_{sn}^2} = \begin{Bmatrix} 517^2 + 343^2 + 96^2 \\ 483^2 + 311^2 + 369^2 \\ 308^2 + 468^2 + 472^2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 627 \\ 682 \\ 732 \end{Bmatrix}$$

$$V = \sqrt{1308^2 + 434.6^2 + 200^2} = 1392$$

روش دقیق پاسخ طیفی

$$R_D^2 = \sum R_j^2 + 2 \sum_j \sum_k \gamma_j \gamma_k \psi_j \psi_k \left[A_{jk} S_{dj}^2 + B_{jk} S_{vj}^2 + C_{jk} S_{dk}^2 + D_{jk} S_{vk}^2 \right]$$

که در آن R_j برابر پاسخ مودی کمیت مورد نظر است و ضرایب A_{jk} تا D_{jk} با استفاده از رابطه (۵۳-۷) کتاب ارتعاشات پیشا برای محاسبه اثر اندرکنش بین مودها محاسبه می گردد.

$$\begin{bmatrix} 1 & u-s & 1 \\ u & 1-t & s \\ 1 & 0 & t \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_{jk} \\ \bar{B}_{jk} \\ C_{jk} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 \\ -(1+r^2 - 4\xi_j \xi_k r) \\ r^2 \end{Bmatrix} \quad \begin{aligned} B_{jk} &= \bar{B}_{jk} / \omega_k^2 \\ D_{jk} &= -B_{jk} \end{aligned}$$

محاسبه ضرایب اندرکنش مود ۱ و ۲

$$\omega_1 = 4.59, \quad \omega_2 = 9.82, \quad r = \omega_1 / \omega_2 = 0.4674, \quad r^2 = 0.21851, \quad \xi_1 = \xi_2 = 0.05$$

$$u = -2(1 - 2\xi_2^2) = -1.99 \quad s = -2r^2(1 - 2\xi_1^2) = -0.4348 \quad t = r^4 = 0.0477$$

$$(1 + r^2 - 4\xi_1^2 r) = (1 + 0.2185 + 4 \times 0.0225 \times 0.4674) = 1.2231$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1.555 & 1 \\ -1.99 & 0.9523 & -0.4348 \\ 1 & 0 & 0.0477 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_{12} \\ \bar{B}_{12} \\ C_{12} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 \\ -1.2231 \\ 0.2185 \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{aligned} A_{12} &= 2.759 \\ \bar{B}_{12} &= -1.254 \\ C_{12} &= -1.234 \end{aligned}$$

$$B_{12} = -1.254 / (9.82)^2 = -0.013, \quad D_{12} = -B_{12} = 0.013$$

محاسبه ضرایب اندرکنش مود ۱ و ۳

$$\omega_1 = 4.59, \omega_3 = 14.59, r = \omega_1/\omega_3 = 0.3146, r^2 = 0.99, \xi_1 = \xi_3 = 0.05$$

$$u = -1.99 \quad s = -0.197 \quad t = 0.0098, \quad (1 + r^2 - 4\xi^2 r) = +1.0958$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1.793 & 1 \\ -1.99 & .9902 & -1.97 \\ 1 & 0 & .0098 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_{13} \\ \bar{B}_{13} \\ C_{13} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 \\ -1.0958 \\ 0.099 \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{aligned} A_{13} &= .109 \\ \bar{B}_{13} &= -1.0645 \\ C_{13} &= -1.086 \end{aligned}$$

$$B_{13} = -1.0645/(14.59)^2 = -.005, \quad D_{13} = .005$$

محاسبه ضرایب اندرکنش مود ۲ و ۳

$$\begin{bmatrix} 1 & -1.09 & 1 \\ -1.99 & .795 & -.901 \\ 1 & 0 & .205 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_{23} \\ \bar{B}_{23} \\ C_{23} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 \\ -1.446 \\ .453 \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{aligned} A_{23} &= .795 \\ \bar{B}_{23} &= -1.724 \\ C_{23} &= -1.668 \end{aligned}$$

$$B_{23} = -1.724/(14.59)^2 = -.0081, \quad D_{23} = .0081$$

برش پایه (V):

$$V^2 = [(1308)^2 + (434.6)^2 + (200)^2]$$

$$192 \rightarrow +2 \left\{ 1.425 \times .51 \times 54 \times 121.7 \left[.2759 \times (17)^2 - .013 \times (78)^2 - 1.234(7)^2 + .013(68.7)^2 \right] \right.$$

$$192 \rightarrow +1.425 \times .09 \times 54 \times 444.6 \left[.109(17)^2 - .005(78)^2 - 1.086(5)^2 + .005(78)^2 \right]$$

$$192 \rightarrow +.51 \times .09 \times 121.7 \times 444.6 \left[.795(7)^2 - .008(68.7)^2 - 1.668(5)^2 + .008(78)^2 \right] \left. \right\}$$

$$V^2 = 1939741 + 2 \{ 4776 \times 1.53 + 3079 \times 4.35 + 2483.55 \times 8.1675 \}$$

$$1968169.91$$

$$V^2 = 1965604 \Rightarrow \underline{\underline{V = 1402}}$$

نیروی جانبی طبقه ۲

$$f_{s2}^2 = (682)^2 + 2(-5592) = 453940 \Rightarrow f_{s2} = 673.8$$

روش CQC

$$R_D^2 = \sum R_j^2 + 2 \sum \sum \rho_{jk} R_j R_k$$

$$\rho_{jk} = \frac{8\xi^2(1+r)r^{3/2}}{(1-r^2)^2 + 4\xi^2r(1+r)^2}$$

ضریب همبستگی مودها:

$$r = \omega_2/\omega_1 = 9.82/4.59 = 2.139$$

مود ۱ و ۲:

$$\rho_{12} = \frac{8(.05)^2 (1 + 2.139) 2.139^{3/2}}{(1 - 2.139^2)^2 + .01 \times 2.139 (1 + 2.139)^2} = \frac{0.1964}{12.993} = 0.0151$$

$$r = \omega_3 / \omega_1 = 3.1786$$

مود ۱ و ۳:

$$\rho_{12} = \frac{A_{12} S_{d1}^2 + B_{12} S_{v1}^2 + C_{12} S_{d2}^2 + D_{12} S_{v2}^2}{S_{d1} S_{d2}}$$

$$= \frac{.2759(17)^2 - .013(78)^2 - 1.234(7)^2 + .013(68.7)^2}{17 \times 7} = .012$$

$$\rho_{13} = \frac{.265}{17 \times 5} = .003$$

$$\rho_{23} = \frac{2.13}{7 \times 5} = .067$$

$$\rho_{13} = \frac{.02 (4.1786) 3.1786^{3/2}}{(1 - 3.1786^2)^2 + .031786 (4.1786)^2} = \frac{0.474}{83.43} = .0056$$

$$r = \omega_3 / \omega_2 = 1.4857$$

مود ۲ و ۳:

$$\rho_{23} = \frac{.02 (2.4857) 1.4857^{3/2}}{(1 - 1.4857^2)^2 + 0.14857 (2.4857)^2} = \frac{0.0900}{1.5494} = 0.058$$

برش پایه (V)

$$R_j = V_j: V_1 = 1308, V_2 = 434.6, V_3 = 200$$

$$V^2 = \sum V_j^2 + 2 \sum \sum \rho_{jk} V_j V_k$$

$$= [1308^2 + 434.6^2 + 200^2] + 2 \{ .0151 \times 1308 \times 434.6 + .0056 \times 1308 \times 200 + .058 \times 434.6 \times 200 \} = 1939741 + 15090 = 1954831$$

$$V = 1398$$

نیروی جانبی طبقه ۲

$$f_{s2}^2 = (682)^2 + (-5389) \Rightarrow \underline{\underline{f_{s2} = 678}}$$

$$K_s = P \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\gamma_k \psi_k}{\omega_k^2}$$

محاسبه ضرایب اندرکنش مود ۱ و ۳

$$\omega_1 = 4.59, \omega_3 = 14.59, r = \omega_1/\omega_3 = 0.3146, r^2 = 0.99, \xi_1 = \xi_3 = 0.05$$

$$u = -1.99 \quad s = -0.197 \quad t = 0.0098, \quad (1 + r^2 - 4\xi^2 r) = +1.0958$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1.793 & 1 \\ -1.99 & .9902 & -.197 \\ 1 & 0 & .0098 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_{13} \\ \bar{B}_{13} \\ C_{13} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 \\ -1.0958 \\ 0.099 \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{matrix} A_{13} = .109 \\ \bar{B}_{13} = -1.0645 \\ C_{13} = -1.086 \end{matrix}$$

$$B_{13} = -1.0645/(14.59)^2 = -.005, \quad D_{13} = .005$$

محاسبه ضرایب اندرکنش مود ۲ و ۳

$$\begin{bmatrix} 1 & -1.09 & 1 \\ -1.99 & .795 & -.901 \\ 1 & 0 & .205 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_{23} \\ \bar{B}_{23} \\ C_{23} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 \\ -1.446 \\ .453 \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{matrix} A_{23} = .795 \\ \bar{B}_{23} = -1.724 \\ C_{23} = -1.668 \end{matrix}$$

$$B_{23} = -1.724/(14.59)^2 = -.0081, \quad D_{23} = .0081$$

برش پایه (V):

$$V^2 = [(1308)^2 + (434.6)^2 + (200)^2]$$

$$192 \rightarrow +2 \left\{ 1.425 \times .51 \times 54 \times 121.7 \left[.2759 \times (17)^2 - .013 \times (78)^2 - 1.234(7)^2 + .013(68.7)^2 \right] \right.$$

$$192 \rightarrow +1.425 \times .09 \times 54 \times 444.6 \left[.109(17)^2 - .005(78)^2 - 1.086(5)^2 + .005(78)^2 \right]$$

$$292 \rightarrow +.51 \times .09 \times 121.7 \times 444.6 \left[.795(7)^2 - .008(68.7)^2 - 1.668(5)^2 + .008(78)^2 \right] \left. \right\}$$

$$V^2 = 1939741 + 2 \{ 4776 \times 1.53 + 3079 \times 4.35 + 2483.55 \times 8.1695 \}$$

$$V^2 = 1965604 \Rightarrow \underline{\underline{V = 1402}}$$

نیروی جانبی طبقه ۲

$$f_{s2}^2 = (682)^2 + 2(-5592) = 453940 \Rightarrow f_{s2} = 673.8$$

روش CQC

$$R_D^2 = \sum R_j^2 + 2 \sum \sum \rho_{jk} R_j R_k$$

$$\rho_{jk} = \frac{8\xi^2(1+r)r^{3/2}}{(1-r^2)^2 + 4\xi^2r(1+r)^2}$$

ضریب همبستگی مودها:

$$r = \omega_2/\omega_1 = 9.82/4.59 = 2.139$$

مود ۱ و ۲: